

رقم ٤٠٥
الكتاب ملك راضيه

الجزء الثالث

من

كتاب الدرر البهية في الاصول الحسابية

تأليف

محمد افندي ادريس

مدرس رياضة بمدرسة المعلمين الناصرية

(حقوق الطبع محفوظة للؤلف)

(الطبعة الثانية)

بعد تنقيحها واضافة زيادات نافعة

بالطبعة الاميرية بمصطفى

١٣٢٦ هجرية



بسم الله الرحمن الرحيم

النسبة

٣٢٧ - النسبة هي العدد الناتج من مقارنة كمية بكمية أخرى من نوعها

ومقارنة أى كيتين هي إما لمعرفة مقدار زيادة احدهما عن الاخرى أو لمعرفة عدد مرات احتواء احدهما على الاخرى

فاذا أريد معرفة مقدار زيادة احدى الكيتين عن الأخرى سميت نسبة عددية وإذا أريد معرفة مقدار احتواء الاولى على الثانية سميت نسبة هندسية

فالنسبة العددية بين ١٢ و ٤ هي $١٢ \div ٤ = ٣$

والنسبة الهندسية بين ١٢ و ٤ هي $١٢ \div ٣ = ٤$

ولكن حيث ان استعمال المقارنة بتقدير الزيادة قليل جدًا في التطبيقات والمستعمل هو المقارنة باحتواء احدى الكيتين على الاخرى فتي أطلقت النسبة تنصرف الى الهندسية

٣٢٨ - يكفى لاييجاد النسبة بين كميتين أن تقسم احدهما على الاخرى

فالنسبة بين ١٥ و ٣ هى ١٥ : ٣ = ٥ والنسبة بين ٣ و ٤ هى $\frac{3}{4}$
والنسبة بين $\frac{7}{8}$ و $\frac{9}{9}$ هى $\frac{7}{8} : \frac{9}{9} = \frac{7}{8}$

ولاييجاد النسبة بين خطين مثل ا ب و ح د يقاسان بوحدة مشتركة ثم نبحث عن النسبة بين العددين الدالين على مقاسيهما

فاذا فرض أن ا ب = ١٤ مترا و ح د = ٧ أمتار تكون النسبة بينهما هى $\frac{14}{7} = ٢$ أعنى أن ا ب = ٢ ح د

واذا فرض ان ا ب = ٤ أمتار و ح د = ٧ أمتار تكون النسبة بينهما هى $\frac{4}{7}$ أعنى أن ا ب = $\frac{4}{7}$ ح د

ولايضاح ذلك يقال حيث أن ح د = ٧ أمتار فالمتريكون سبعة وحيث أن ا ب الذى طوله أربعة أمتار يكون أربعة أسباعه

وقس على ذلك ما اذا أريد ايجاد النسبة بين سطحين أو جسمين فانه يقسم العدد الدال على مقاس أحدهما على العدد الدال على مقاس الآخر

وينتج مما ذكر أن النسبة عبارة عن اتخاذ احدى الكميتين وحدة ومقارنة الاخرى بها

٣٢٩ - العدد الدال على الكمية الاولى (المقسوم) يسمى المنسوب والعدد الدال على الكمية الثانية (المقسوم عليه) يسمى المنسوب اليه والعددان يسميان حتى النسبة

ففى النسبة بين ١٢ و ٤ وهى ٣ يسمى العدد ١٢ منسوباً والعدد ٤ منسوباً اليه وهما حدّا النسبة وفى النسبة بين ٤ و ١٢ وهى $\frac{1}{3}$ يسمى العدد ٤ منسوباً والعدد ١٢ منسوباً اليه وهما حدّا النسبة وتبين النسبة عادة بكتابة حديها على هيئة كسر اعتيادى أو بينهما علامة القسمة هذه :

ولا فرق بين أن يكون حدّا النسبة عددين صحيحين أو كسرين أو عددين كسريين أو أحدهما صحيح والآخر كسر أو عدد كسرى

فالنسبة بين ١٢ و ٦ تكتب $\frac{12}{6}$ أو ١٢ : ٦

والنسبة بين $\frac{5}{7}$ و $\frac{3}{8}$ تكتب $\frac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{8}}$ أو $\frac{5}{7} : \frac{3}{8}$

والنسبة بين $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ تكتب $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}}$ أو $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ وهكذا

٣٣٠ - النسبتان المتعاكستان هما المركبتان من حدود متحدة موضوعة بترتيب مختلف

فالنسبتان $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{3}$ هما متعاكستان

حاصل ضرب النسبتين المتعاكستين يساوى واحداً

$$1 = \frac{4 \times 3}{3 \times 4} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4}$$

خواص النسب

٣٣١ - حيث أن النسبة عبارة عن خارج قسمة عددين وانها

تبين بكسر بسطه المنسوب ومقامه المنسوب اليه فبناء على ما تقدم فى خواص الكسور وقواعدها تستنتج الخواص الآتية

أولاً - لا تتغير النسبة بضرب حديها في عدد واحد ولا بقسمتهما على عدد واحد فالنسبة بين ١٨ و ٦ أي $\frac{18}{6} = \frac{18 \times \frac{1}{2}}{6 \times \frac{1}{2}}$ وكل منهما هي ٣ والنسبة بين ١٨ و ٦ أي $\frac{18}{6} = \frac{18 \div 3}{6 \div 3}$ وكل منهما هي ٣

ثانياً - يمكن اختزال النسبة بالطريقة التي اخترت بها الكسور فالنسبة بين ٢٤ و ٩٦ أي $\frac{24}{96} = \frac{1}{4}$

ثالثاً - يمكن تجنيس نسبتين أو عدة نسب كما جنست الكسور وتكون النسب الناتجة مكافئة للنسب الاصلية على التناظر

فالنسبتان $\frac{7}{8}$ و $\frac{9}{9}$ تكافئان للنسبتين $\frac{73}{72}$ و $\frac{40}{72}$ على التناظر والنسب $\frac{3}{4}$ و $\frac{0}{7}$ و $\frac{7}{9}$ تكافئ النسب $\frac{189}{202}$ و $\frac{180}{202}$ و $\frac{197}{202}$ على التناظر

رابعاً - يمكن جمع أو طرح عدة نسب كما جمعت وطرحت الكسور

$$\text{مثلاً } 2 \frac{11}{24} = \frac{09}{24} = \frac{7}{8} + \frac{0}{6} + \frac{3}{4} \text{ وبالمثل } \frac{38}{13} = \frac{1}{9} - \frac{0}{7}$$

خامساً - يمكن ضرب نسبتين أو عدة نسب في بعضهما بالطريقة التي أتبع في ضرب الكسور

$$\text{مثلاً } \frac{1}{2} = \frac{0}{6} \times \frac{4}{0} \times \frac{3}{4} \text{ و } \frac{20}{13} = \frac{4}{9} \times \frac{0}{7}$$

سادساً - يمكن قسمة نسبتين على بعضهما بالطريقة التي أتبع في قسمة الكسور

$$\text{مثلاً } \frac{1}{0} = \frac{0}{8} : \frac{3}{4}$$

تمرين

(٧١٢) قطعتان من القماش طول احدهما ٢١ مترا وطول الثانية ٧ أمتار فما نسبة الاولى للثانية وما نسبة الثانية للاولى

(٧١٣) فرقان من العسكر احدهما تحتوى على ١٢٥٠٠ عسكرى والثانية تحتوى على ٢٥٠٠ عسكرى فما نسبة الاولى للثانية

(٧١٤) مدرستان باحدهما ١٢٠ تلميذا والثانية ١٤٤ فما النسبة بين مدد تلامذة الاولى والثانية

(٧١٥) تلميذ حصل على درجة ١٧ وكانت أعلى درجة للاجابة ٢٠ وتلميذ آخر حصل على درجة ٢٥ وكانت أعلى درجة للاجابة ٣٠ فأى التلميذين أرقى درجة

(٧١٦) ساع ملزم بقطع ٤٥ كيلو متر فقطع من ذلك ١٨ كيلو متر فما النسبة بين ماقطعه وطول الطريق

(٧١٧) شخص يصرف ١٤٤ جنيها من ايراده السنوى البالغ قدره ١٨٠ جنيها فما نسبة مصروفه الى ايراده

(٧١٨) فلاح زرع ١٢ فدانا قطننا من أطيانه التى قدرها ٣٦ فدانا فما نسبة المزروع قطننا الى جميع أطيانه

(٧١٩) اذا طالعت ٥٠ صحيفة من كتاب به ٧٠ صحيفة فما نسبة ما طالعت الى كل الكتاب

(٧٢٠) قرية كان بها ٨٠٠٠ نفس وبعد ١٠ سنوات بلغ تعدادها ١٠٠٠٠ نفس فما نسبة الزيادة الى أصل التعداد

(٧٢١) ما نسبة ١٥ دقيقة الساعة وما نسبة ٣٠ دقيقة ثم ٤٠ دقيقة ثم ٤٥ دقيقة لها

التناسب

٣٣٣ - التناسب هو اجتماع نسبتين متساويتين^(١)

فاذا كانت النسبة بين ١٥ و ٥ تساوى للنسبة بين ٢١ و ٧
فيتألف من هاتين النسبتين تناسب يكتب $\frac{١٥}{٥} = \frac{٢١}{٧}$ أو يكتب
١٥ : ٥ :: ٢١ : ٧

وينطق به هكذا نسبة ١٥ الى ٥ كنسبة ٢١ الى ٧

الحدة الاول ١٥ والرابع ٧ يسميان الطرفين والثاني ٥ والثالث ٢١
يسميان الوسطين والحدة الاول ١٥ والثالث ٢١ يسميان المقدمين
والجد الثاني ٥ والرابع ٧ يسميان التالين والحذان ١٥ و ٥ يسميان
حتى النسبة الاولى والحذان ٢١ و ٧ يسميان حتى النسبة الثانية
والحده ٧ يسمى الرابع المتناسب للثلاثة الحدود الاخرى

٣٣٣ - اذا كان الوسطان متساويين كما في التناسب

٣٦ : ١٨ :: ١٨ : ٩ يقال للحده ١٨ الوسط المتناسب الهندسى
للعدين ٣٦ و ٩

ويمكن أن يكتب التناسب بالاختصار في هذه الحالة هكذا

$$٣٦ : ١٨ :: ٩$$

ويقرأ نسبة ٣٦ الى ١٨ كنسبة ١٨ الى ٩ أو نسبة ٣٦ الى ١٨ الى ٩

(١) اذا كانت النسبتان المتساويتان عدديتين يكون التناسب عدديا واذا كانتا هندسيتين فالتناسب هندسى ولم نتكلم على التناسب العددي لعدم استعماله

فالوسط المتناسب الهندسى بين عددين هو عدد ثالث يتكون منه
وسطا تناسب والعددان المذكوران يكونان طرفين له

وفى هذا التناسب يقال للعدد ٩ الثالث المتناسب للعددين ٣٦ و ١٨
فالثالث المتناسب هو الحد الرابع من تناسب وسطاه متساويان

٣٣٤ - اذا وجدت نسبة مشتركة فى تناسيين يمكن حذفها
ويتركب من النسبتين الاخرين تناسب

فاذا كان $١٥ : ٥ :: ١٢ : ٤$ و

$١٥ : ٥ :: ١٨ : ٦$ يكون $١٢ : ٤ :: ١٨ : ٦$

وذلك لانه حيث كان كل من النسبتين $\frac{١٢}{٤}$ و $\frac{١٨}{٦}$ مساوية للنسبة $\frac{١٥}{٥}$
فيكونان متساويتين ومنهما يتركب التناسب $١٢ : ٤ :: ١٨ : ٦$

خواص التناسب

٣٣٥ - نظرية (١) - كل تناسب حاصل ضرب طرفيه
يساوى حاصل ضرب وسطيه

ففى التناسب $\frac{١٢}{٤} = \frac{١٨}{٦}$ يكون $١٢ \times ٦ = ٤ \times ١٨$

البرهان حيث ان $\frac{١٢}{٤} = \frac{١٨}{٦}$ فاذا ضرب حدًا النسبة الاولى
فى ٤ وحدًا الثانية فى ٨ فان النسبتين لا تتغيران ويكون

$$\frac{٨ \times ١٢}{٨ \times ٤} = \frac{٤ \times ١٨}{٤ \times ٦}$$

وحيث ان هذين الكسرين متساويان ومقاماهما متحدان فيلزم
تساوى بسطيهما ويكون $١٢ \times ٦ = ٤ \times ١٨$ وهو المطلوب

نتيجة (١) بواسطة هذه النظرية يمكن إيجاد أحد حدود التناسب بعد معرفة الحدود الثلاثة الأخرى

فإذا كانت الحدود الثلاثة الأولى من تناسب هي ١٢ و ٨ و ٦ و رمز للحد الرابع بحرف سـ يحصل $\frac{12}{8} = \frac{6}{s}$ وبناء على ما تقدم في النظرية يكون $12 \times s = 8 \times 6$ وإذا قسم طرفا هذه المتساوية على ١٢ يحدث سـ $= \frac{8 \times 6}{12} = 4$

أعني أن الحد الرابع من التناسب يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الأول وبمثل ذلك يمكن أن يستنتج أن الحد الأول يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الرابع

وأما إذا كان المجهول أحد الوسطين فيستنتج بطريقة مشابهة لذلك وينتج أنه يساوي حاصل ضرب الطرفين مقسوما على الوسط المعلوم

نتيجة (٢) إذا كان الحد المجهول هو الوسط المتناسب بين عددين مثل ٤ و ٩ يرمز له بحرف سـ ويحدث $\frac{4}{s} = \frac{9}{9}$ وبموجب النظرية السابقة يكون $4 \times 9 = s \times 9$ وبأخذ جذر الطرفين يحدث $4 \times 9 = s \times 9$ أي أن سـ $= \frac{36}{9} = 4$

أعني أن الوسط المتناسب بين عددين يساوي الجذر التربيعي لحاصل ضربهما

٣٣٦ - نظرية (٢) بالعكس - إذا ساوى حاصل ضرب عددين حاصل ضرب عددين آخرين يتألف من الأعداد الأربعة

تناسب طرفاه عاملا أحد الحاصلين ووسطاه عاملا الحاصل الثاني
 فإذا كان $٨ \times ٣ = ٤ \times ٦$ يتركب من هذه الأعداد تناسب هكذا
 $٨ : ٦ :: ٤ : ٣$

البرهان - حيث أن $٨ \times ٣ = ٤ \times ٦$ فإذا قسم طرفا هذه
 المتساوية على حاصل ضرب ٨×٤ ينتج $\frac{٨ \times ٣}{٨ \times ٤} = \frac{٦ \times ٤}{٨ \times ٤}$ وبخذف
 المشترك في البسط والمقام ينتج $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$ وهو المطلوب

نتيجة (١) إذا جعلنا عاملي الحاصل ٨×٣ طرفين فلنا أن نجعل
 الطرف الاول ٣ أو ٨ فهاتان صورتان وفي كل منهما لنا أن نجعل
 الوسط الاول ٤ أو ٦ فيحصل أربع صور وكذا يحصل أربع صور
 مثلها إذا جعل عاملا الحاصل ٤×٦ طرفين فيثبت يمكن أن يوضع
 التناسب في ثمان صور وهي

$$\begin{array}{ll} ٦ : ٨ :: ٣ : ٤ & ٨ : ٦ :: ٤ : ٣ \\ ٦ : ٣ :: ٨ : ٤ & ٨ : ٤ :: ٦ : ٣ \\ ٤ : ٨ :: ٣ : ٦ & ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ \\ ٤ : ٣ :: ٨ : ٦ & ٣ : ٤ :: ٦ : ٨ \end{array}$$

فالتناسبات الأربع الاول تفيد أن التناسب لا يتغير إذا غير فيه أحد
 الوسطين بالآخر أو أحد الطرفين بالآخر

والتناسبات الأربع الآخر تفيد أن التناسب لا يتغير إذا جعل فيه
 الطرفان محل الوسطين وبالعكس

نتيجة (٢) اذا تساوت المقدمات المتناظرة في تناسيب يتركب من التوالى تناسب

فاذا كان $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ و

$١٨ : ٣ :: ١٢ : ٢$ يتركب من التوالى

تناسب وهو $٦ : ٤ :: ٣ : ٢$

وذلك لانه اذا غير أحد الوسطين بالآخر في كلا التناسيبين يحدث

$١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤$ و

$١٨ : ١٢ :: ٣ : ٢$ ولوجود النسبة المشتركة في هذين

التناسيبين يحدث $٦ : ٤ :: ٣ : ٢$

نتيجة (٣) اذا تساوت التوالى المتناظرة في تناسيب يتركب من المقدمات تناسب

فاذا كان $٢٠ : ٥ :: ١٦ : ٤$ و

$١٥ : ٥ :: ١٢ : ٤$ يتركب من المقدمات

تناسب وهو $٢٠ : ١٦ :: ١٥ : ١٢$

وذلك لأنه اذا غير أحد الوسطين بالآخر في كلا التناسيبين يحدث

تناسبان بينهما نسبة مشتركة وبخلافها يتركب من النسبتين الاخرين

التناسب المطلوب

٣٣٧ - نظرية (٣) اذا ضربت حدود عدة تناسبات في بعضها

بالترتيب يحدث من الحواصل الاربعة تناسب

فاذا كان $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$, $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$, $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$ وضربت الحدود المتناظرة في بعضها يحدث

$$\frac{30 \times 14 \times 10}{40 \times 21 \times 12} = \frac{7 \times 2 \times 5}{8 \times 3 \times 6}$$

البرهان - اذا ضربت المتساويات الاصلية في بعضها طرفا بطرف فالخاصلان يكونان متساويين

$$\text{اي } \frac{30}{40} \times \frac{14}{21} \times \frac{10}{12} = \frac{7}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \text{ او } \frac{30}{40} \times \frac{14}{21} \times \frac{10}{12} = \frac{7}{8} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \text{ وهو المطلوب}$$

نتيجة - يمكن رفع حدود التناسب الى درجة واحدة والقوى الناتجة تكون متناسبة

$$\text{فاذا كان } 3:2 :: 4:3 \text{ يكون } 3^3:2^3 :: 4^3:3^3 \text{ اي } 27:8 :: 64:216$$

وذلك لانه اذا كتب التناسب المفروض ثلاث مرات وضربت الحدود المتناظرة في بعضها فانه ينتج التناسب الثاني

ملحوظة - يستدل على تناسب القوى الاخرى بكتابة التناسب مرات بقدر درجة القوة المرفوع اليها حدود التناسب

٣٣٨ - نظرية (٤) الكميات المتناسبة جذورها المتشابهة متناسبة

$$\text{فاذا كان } 81:9 :: 36:4 \text{ يكون}$$

$$\sqrt{81}:\sqrt{9} :: \sqrt{36}:\sqrt{4}$$

وذلك لان التناسب المفروض يمكن وضعه هكذا
 $\frac{81}{9} = \frac{36}{4}$ وبأخذ جذر الطرفين لا يزال التساوى باقيا ويحدث
 $\sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{\frac{36}{4}}$ أو $\sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{\frac{36}{4}}$ وهو المطلوب

٣٣٩ - نظرية (٥) نسبة مجموع الحدين الأولين الى الثانى
 كنسبة مجموع الحدين الاخيرين الى الرابع

$$\text{مثلا فى تناسب } \frac{10}{4} = \frac{12}{8} \text{ يكون } \frac{0+10}{4} = \frac{0+12}{8}$$

البرهان - حيث ان $\frac{10}{4} = \frac{12}{8}$ فاذا أضيف الى طرفى هذه المتساوية
 واحد صحيح فان التساوى لا يزال باقيا أعنى $1 + \frac{10}{4} = 1 + \frac{12}{8}$
 ثم نحول الواحد فى كل من الطرفين الى كسر لفظى من جنس المقام
 فيحدث $\frac{10}{4} + \frac{10}{4} = \frac{12}{8} + \frac{12}{8}$ أو $\frac{20}{4} = \frac{24}{8}$ وهو
 المطلوب

تنبيه - يمكن أن يقال ان نسبة مجموع الحدين الأولين الى الاول
 كنسبة مجموع الحدين الآخرين الى الثالث

وذلك لانه يمكن جعل الطرفين وسطين والوسطين طرفين
 فى التناسب المفروض وتطبق النظرية المذكورة على التناسب الجديد

٣٤٠ - نظرية (٦) نسبة فاضل الحدين الأولين الى الثانى
 كنسبة فاضل الحدين الآخرين الى الرابع

$$\text{مثلا فى تناسب } \frac{10}{4} = \frac{12}{8} \text{ يكون } \frac{10-4}{4} = \frac{12-8}{8}$$

البرهان - يبرهن على هذه النظرية بمثل ما برهن على نظرية (٥) غير أنه يطرح واحد من الطرفين عوضا عن جمعه

٣٤١ - نظرية (٧) نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الآخرين كنسبة الحد الثاني الى الرابع أو الأول الى الثالث

$$\text{مثلا في تناسب } \frac{10}{4} = \frac{12}{4} \text{ يكون } \frac{0+10}{4+12} = \frac{0}{4} \text{ أو } \frac{10}{12}$$

البرهان - تناسب $\frac{10}{4} = \frac{12}{4}$ يفيد بموجب نظرية (٥) أن

$$\frac{0+10}{4+12} = \frac{0+10}{4+12} \text{ ويتغير موضع الوسطين يحدث}$$

$$\frac{0}{4} = \frac{0+10}{4+12} \text{ وهو المطلوب الأول}$$

واذا قورن هذا التناسب بالتناسب المفروض بعد تغير موضع الوسطين فيه يحدث $\frac{10}{12} = \frac{0+10}{4+12}$ وهو المطلوب الثاني

٣٤٢ - نظرية (٨) نسبة فاضل الحدين الاولين الى فاضل الحدين الآخرين كنسبة الحد الثاني الى الرابع أو الأول الى الثالث

$$\text{مثلا في تناسب } \frac{10}{4} = \frac{12}{4} \text{ يكون } \frac{10-0}{4-12} = \frac{0}{4} \text{ أو } \frac{10}{12}$$

ويبرهن على هذه النظرية كما برهن على النظرية السابقة غير أنه يطبق على التناسب المفروض نظرية (٦) عوضا عن نظرية (٥)

٣٤٣ - نتيجة - نسبة مجموع الحدين الأولين الى مجموع الحدين الآخرين كنسبة فاضل الحدين الاولين الى فاضل الحدين الآخرين

$$\text{مثلا في تناسب } \frac{10}{4} = \frac{12}{4} \text{ يكون } \frac{0-10}{4-12} = \frac{0+10}{4+12}$$

البرهان - لان تناسب $\frac{10}{4} = \frac{12}{4}$ يفيد بموجب نظرية (٧) أن $\frac{0}{4} = \frac{0+10}{4+12}$ ويفيد بموجب نظرية (٨) أن $\frac{0}{4} = \frac{0-10}{4-12}$ وبجذف النسبة المشتركة بين هذين التناسبين يحدث $\frac{0+10}{4-12} = \frac{0+10}{4+12}$ وهو المطلوب

٣٤٤ - نظرية (٩) نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التالين كنسبة أحد المقدمين الى تاليه

مثلا في تناسب $\frac{20}{7} = \frac{30}{7}$ يكون $\frac{20}{7+20} = \frac{30}{7+20}$ أو كنسبة $\frac{20}{27}$ البرهان - نغير أحد الوسيطين بالآخر في التناسب المفروض فيحدث $\frac{20}{7} = \frac{30}{7}$ وهذا التناسب يفيد بموجب نظرية (٧) أن $\frac{20}{7+20} = \frac{30}{7+20}$ وهو المطلوب

٣٤٥ - نظرية (١٠) نسبة فاضل المقدمين الى فاضل التالين كنسبة أحد المقدمين الى تاليه

مثلا في تناسب $\frac{48}{17} = \frac{17}{17}$ يكون $\frac{48}{17-48} = \frac{17}{17-48}$ أو كنسبة $\frac{17}{-31}$ البرهان - نغير أحد الوسيطين بالآخر في التناسب المفروض فيحدث $\frac{48}{17} = \frac{17}{17}$ وهذا التناسب يفيد بموجب نظرية (٨) أن $\frac{48}{17-48} = \frac{17}{17-48}$ وهو المطلوب

نتيجة - ينجم من هذه النظرية والنظرية السابقة أن نسبة مجموع المقدمين الى مجرع التالين كنسبة فاضل المقدمين الى فاضل التالين

مثلا في تناسب $\frac{48}{17} = \frac{17}{17}$ يكون $\frac{48}{17+48} = \frac{17}{17+48}$

البرهان - لان التناسب المفروض يفيد بموجب نظرية (٩) ان

$$\frac{17}{1} = \frac{17+48}{1+1} \text{ ويفيد أيضا بموجب نظرية (١٠) أن}$$

$$\frac{17}{1} = \frac{17-48}{1-1} \text{ وبجذف النسبة المشتركة من هذين التناسبين ينتج}$$

$$\frac{17-48}{1-1} = \frac{17+48}{1+1} \text{ وهو المطلوب}$$

٣٤٦ - اذا وجدت جملة نسب متساوية فيكون نسبة مجموع

المقدمات الى مجموع التوالى كنسبة أى مقدم الى تاليه

$$\text{فاذا كان } \frac{18}{17} = \frac{17}{12} = \frac{14}{11} = \frac{4}{1} \text{ يكون } \frac{4}{1} = \frac{4+14+17+18}{1+11+12+17}$$

البرهان - حيث ان كل واحدة من هذه النسب تساوى $\frac{4}{1}$

أعنى أن

$$\frac{18}{17} = \frac{18}{17}, \frac{17}{12} = \frac{17}{12}, \frac{14}{11} = \frac{14}{11}, \text{ و } \frac{4}{1} = \frac{4}{1} \text{ فمن ذلك}$$

$$\text{يؤخذ أن } \frac{4}{1} \times 17 = 18 \text{ و}$$

$$\frac{4}{1} \times 12 = 17 \text{ و}$$

$$\frac{4}{1} \times 11 = 14 \text{ و}$$

$$\frac{4}{1} \times 1 = 4$$

ويجمع هذه المتساويات على بعضها يحدث

$$(17 + 12 + 11 + 1) \frac{4}{1} = 18 + 17 + 14 + 4$$

$$\text{وبقسمة الطرفين على معامل } \frac{4}{1} \text{ يحدث } \frac{4}{1} = \frac{4+14+17+18}{1+11+12+17}$$

وحيث ان كل نسبة من النسب المفروضة $= \frac{4}{1}$ فيمكن أن

يعوض $\frac{4}{1}$ باحدها وليكن $\frac{4}{1}$ ويحدث

$$\frac{4}{1} = \frac{4+14+17+18}{1+11+12+17}$$

تمارين

- (٧٢٢) ما مقدار الحد المجهول من التناسب $٦ : ٥ :: ٦ : سم$ ؟
- (٧٢٣) » » » » سم $٦ : ٥ :: \frac{٥}{٨} : ٢$ ؟
- (٧٢٤) » الرابع المتناسب للأعداد $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٢}{٤}$ و $\frac{٢}{٥}$ ؟
- (٧٢٥) » الثالث المتناسب لعددي ٤ و ١٢ .
- (٧٢٦) » » » » ٧ و $\frac{١}{٣}$ ؟
- (٧٢٧) » الوسط المتناسب بين عددي ١٤٤ و ٤ ؟
- (٧٢٨) » » » » $\frac{١}{٤}$ و $\frac{١}{٩}$ ؟
- (٧٢٩) كيف تستنتج التناسب $١٢ : ٦ :: ١٠ : ٥$ من التناسب $١٢ : ٦ :: ١٠ : ٥$ ؟

(٧٣٠) ابحث من مقام الكسر $\frac{٢٥}{١٤٠}$ المكافئ لكسر $\frac{١٠٠}{١٤٠}$

(٧٣١) غيط مستطيل الشكل طوله ٢٥ مترا وعرضه ٨ متر ما مقدار عرض غيط آخر مستطيل الشكل طوله ٢٠ مترا ومكافئ للاول في المساحة .

المقادير المتناسبة طرديا

٣٤٧ - تمهيد - يوجد كميات متعلقة ببعضها بحيث اذا كبرت احداها عما كانت عليه مرتين أو أكثر تكبر الكمية الأخرى كذلك وإذا صغرت احداها عما كانت عليه مرتين أو أكثر تصغر الكمية الثانية تبعاً لها

مثلا اذا كان ثمن الذراع من الخوخ ٣٥ قرشا فثمن ذراعين يكون ٧٠ قرشا وثن ٣ أذرع يكون ١٠٥ قروش وثن ١٠ أذرع يكون ٣٥٠

قرشا وثمن نصف ذراع هو ١٧,٥ قرشا وثمن ربع ذراع هو ٨,٧٥ قروش وهكذا

فيرى أنه كلما كبرت كمية الجوخ تكبر كمية الثمن تبعاً لها وكلما صغرت كمية الجوخ تصغر كمية الثمن فكميتا الجوخ والثمن متعلقتان ببعضهما (هذا مع ملاحظة اتحاد نوع الجوخ)

ركذا اذا اشتغل ١٠ من العمال ٣٠ متراً من عمل فبالضرورة يشتغل ٢٠ عاملاً ٦٠ متراً ويشتغل ٤٠ عاملاً ١٢٠ متراً ويشتغل ٥ عمال ١٥٠ متراً ويشتغل ٦ عاملاً ١٢٠ متراً وهكذا

فيرى أنه كلما كبرت كمية العمال تكبر كمية الشغل تبعاً لها وكلما صغرت كمية العمال تصغر كمية الشغل تبعاً لها (هذا مع ملاحظة توحيد الزمن وقوة العمال وصعوبة العمل)

وتوجد ارتباطات شتى بين جملة كميات من هذا القبيل في العلوم والصنائع كالارتباط بين المسافة والزمن والارتباط بين كمية المؤنة والأشخاص اللازمة لهم والارتباط بين طول محيط الدائرة وقطرها أو بينه وبين نصف قطرها

٣٤٨ - اذا أخذ مقداران من احدى الكميتين المتعلقتين ببعضهما والمقداران المقابلان لهما من الكمية الأخرى كانت النسبة بين مقدارى الكمية الأولى عين النسبة بين مقدارى الكمية الثانية

ففى المثال الأول - اذا أخذ من كمية الجوخ المقداران ٣ أذرع و ١٠ أذرع والمقداران المقابلان لهما من كمية الثمن وهما ١٠٥ قروش و ٣٥٠ قرشا فان النسبة بين مقدارى كمية الجوخ تكون $\frac{3}{10}$ والنسبة بين المقدارين المقابلين لهما من الثمن هي $\frac{105}{350}$ وباختزالها ينتج $\frac{3}{10}$

وفي المثال الثاني - اذا أخذ من كمية العمال ٢٠ عاملا و ٥ عمال ومن كمية العمل المقداران المقابلان لهما وهما ٦٠ مترا و ١٥ مترا فان النسبة بين العمال تكون $\frac{20}{5}$ أى ٤ والنسبة بين الامتار هى $\frac{60}{15}$ أى ٤ أيضا

ومما ذكر يستنتج التعريف الآتى

٣٤٩ - تعريف - الكيتان المتناسبتان طرديا هما اللتان تكون النسبة بين مقدارين من احدهما كالنسبة بين المقدارين المقابلين لهما من الثانية

المقادير المتناسبة عكسيا

٣٥٠ - تمهيد - يوجد كميات متعلقة ببعضها بحيث اذا كبرت احداها عما كانت عليه مرتين أو أكثر تصغر الكمية المقابلة لها كذلك مرتين أو أكثر واذا صغرت احداها عما كانت عليه مرتين أو أكثر تكبر الأخرى كذلك مرتين أو أكثر

مثلا اذا أتم ١٢ عاملا بناء حائط فى ٢٠ يوما فان ٤٨ عاملا يتمون مثله فى ٥ أيام ويتم ٦ عمال حائطا مثله فى ٤٠ يوما وهكذا
فىرى أنه كلما كبرت كمية العمال يصغر مقدار الزمن وكلما صغرت كمية العمال يكبر مقدار الزمن

وكذا اذا لزم لفرش حجرة ١٨ مترا من بساط عرضه ١٢٠ سنتيمتر فيلزم ٣٦ مترا لفرش تلك الحجرة من بساط عرضه ٦٠ سنتيمتر ويلزم ١٢ مترا فقط مما عرضه ١٨٠ سنتيمتر وهكذا

فيرى أنه كلما كبر عرض البساط لزم تصغير مقدار الطول وكلما صغر العرض لزم تكبير مقدار الطول

وتوجد ارتباطات شتى بين جملة كميات من هذا القبيل في العلوم والصنائع كالارتباط بين السرعة والزمن في قطع مسافة معينة والارتباط بين عدد الأشخاص الذين يأكلون مؤنة معينة ومقدار زمن أكل تلك المؤنة

٣٥١ - إذا أخذ مقداران من إحدى الكميتين المرتبطتين ببعضهما والمقداران المقابلان لهما من الكمية الثانية كانت النسبة بين مقداري الكمية الأولى تساوى النسبة العكسية لمقداري النسبة الثانية ففي المثال الاول - إذا أخذ من كمية العمال المقداران ١٢ و ٤٨ والمقداران المقابلان لهما وهما ٢٠ يوما و ٥ أيام فإن النسبة بين مقداري العمال تكون $\frac{1}{4}$ أى $\frac{1}{4}$ والنسبة بين مقداري الايام هى $\frac{20}{5}$ أى ٤ وعكس هذه النسبة هى $\frac{5}{20}$ أى $\frac{1}{4}$ أيضا

وفي المثال الثانى - إذا أخذ من كمية الطول ١٨ مترا و ٣٦ مترا والمقداران المقابلان لهما من كمية العرض وهما ١٢٠ سنتيمتر و ٦٠ سنتيمتر فإن النسبة بين مقداري الطول هى $\frac{18}{36}$ أى $\frac{1}{2}$ والنسبة بين مقداري العرض هى $\frac{120}{60}$ وعكس هذه النسبة هى $\frac{60}{120}$ أى $\frac{1}{2}$ أيضا ومن هنا يستنتج التعريف الآتى

٣٥٢ - تعريف - الكميتان المتناسبتان عكسيا هما اللتان تكون النسبة بين أى مقدارين من احدهما هى عكس النسبة بين المقدارين المقابلين لهما من الكمية الثانية

٣٥٣ - وكما يحصل هذا الارتباط بين نوعين من الكميات كذلك يحصل بين ثلاثة أنواع منها فاكث

مثال ذلك الارتباط الذي يحصل بين كمية العمال وكمية العمل ومقدار الزمن فانه كلما كبرت كمية العمال تكبر كمية العمل تبعاً لها وكلما كبرت كمية الزمن تكبر كمية العمل تبعاً لها فكمية العمل تتأثر من جهة العمال تارة ومن جهة الزمن تارة أخرى

وكالارتباط بين مصاريف بناء حائط وإبعاده مثلاً فانها تتعلق بطول الحائط من جهة وبعرضه من جهة أخرى وبسمكه من جهة ثالثة
وكالارتباط الذي يحصل بين ربح التجارة ومقدار رأس المال ومدة استعمال المبلغ في التجارة فان الربح يكبر بكمية رأس المال ويصغر بصغره وكذا يكبر ويصغر تبعاً لكبر المدة وصغرها

ولكن لا يمكن أن يحكم على مثل هذه الارتباطات انها مطردة أو منعكسة فقد يكون تعلق الكمية ببعض الكميات مطرداً وبالبعض منعكساً
مثال ذلك - الارتباط الذي يحصل بين كمية الزمن وكمية العمل ومقدار العمال فان كمية الزمن تكبر بكمية العمل وتصغر بصغره ولكنها تكبر بصغر مقدار العمال وتصغر بكمية مقدارها

القاعدة الثلاثية

٣٥٤ - القاعدة الثلاثية هي مسألة تتركب من مقادير متقابلة من كميات متناسبة وهذه المقادير تكون متحدة النوع متنى أحدها مجهول بحيث كلما تغير أحد هذه المقادير يتغير المقدار المناظر له

٣٥٥ - المقادير المتقابلة المعلومة وهي التي توضع لتأسيس المسئلة تسمى بالاصول والمقادير المناظرة لها المشتملة على المجهول تسمى المتعلقات

٣٥٦ - اذا تركبت مسئلة القاعدة الثلاثية من أربعة مقادير أحدها مجهول سميت قاعدة ثلاثية بسيطة واذا تركبت من أكثر من ذلك سميت قاعدة ثلاثية مركبة

حل مسائل القاعدة الثلاثية البسيطة

٣٥٧ - حل مسئلة من مسائل القاعدة الثلاثية البسيطة يقال حيث إنها مركبة من أربعة مقادير متحدة النوع مثنى ومتناسبة مع بعضها طرديا أو عكسيا فيمكن أن يتركب من هذه المقادير تناسب يكون أحد حدوده هو المقدار المجهول فيمكن استخراج

ولنوضح ذلك بحل المسائل الآتية

المسئلة الاولى - اذا كان ثمن ١٦ مترا من الحرير ٤٠٠ قرش فما ثمن ٢٥ مترا منه

ولحلها نرمز لمقدار المجهول بحرف س ثم توضع هكذا

$$\begin{array}{r} \text{متر} \\ ١٦ \\ \hline ٤٠٠ \\ \text{س} \end{array}$$

ثم يقال حيث ان كمية الامتار تتناسب طرديا مع أثمانها فيحدث هذا التناسب ١٦ : ٢٥ :: ٤٠٠ : س ومنه $\text{س} = \frac{٤٠٠ \times ٢٥}{١٦} = \frac{١٠٠٠٠}{١٦}$

المسئلة الثانية - اذا أتم ٣٦ صانعا عملا في ١٥ يوما ففى كم يوم يمكن تقيم مثله اذا اشتغل ٢٠ عاملا

الحل - نرمز لعدد الايام المجهولة بحرف سـ وتوضع هكذا

صانعا	يوما
٣٦	١٥
٢٠	سـ

١ ثم يقال حيث ان عدد العمال يتناسب مع أيام الشغل عكسيا اذ كلما كبر عدد العمال صغر مقدار الزمن فيتركب هذا التناسب

$$٣٦ : ٢٠ :: سـ : ١٥ \text{ ومنه } سـ = \frac{١٥ \times ٣٦}{٢٠} = ٢٧ \text{ يوما}$$

تنبيه - اذا كانت الكيتان المركبة منهما المسئلة تناسبان طرديا يقال ان مسئلة القاعدة الثلاثية مطردة وان كانتا تناسبان عكسيا يقال انها منعكسة

فالمسئلة الاولى المتقدمة مطردة والمسئلة الثانية منعكسة

حل مسائل القاعدة الثلاثية البسيطة بطريق الوحدة

٣٥٨ - حل مسئلة من مسائل القاعدة الثلاثية البسيطة بطريق التحويل الى الوحدة نبحت عما يؤل اليه مقدار الكمية التى من نوع المجهول اذا فرض أن المقدار المقابل له من الكمية الاخرى مساو للواحد ثم نستنبط من ذلك مقدار المجهول ولنوضح ذلك بجل المسلتين الآتيتين

المسئلة الاولى - ساع يقطع ١٦ ملقة في ١٠ ساعات فكم ملقة يقطعها في ١٨ ساعة

الحل - نرمز لعدد المقات بحرف س ثم نوضع هكذا

وكيفية ذلك أن يقال حيث أن الساعى	ساعة	ملقة
يقطع في ١٠ ساعات ١٦ ملقة فيقطع	١٠	١٦
في ساعة واحدة مقدارا أقل من ١٦ ملقة	١٨	س
١٠ مرات أى $\frac{16}{1}$ ويقطع في ١٨ ساعة	١	$\frac{16}{1}$
مقدارا أكبر من ذلك ثمان عشرة مرة أى	١٨	$\frac{18 \times 16}{1}$
$\frac{18 \times 16}{1}$ أى ٢٨٨ ملقة	١٨	٢٨٨

المسئلة الثانية - قلعة بها ٨٠٠ عسكرى وعندهم مؤنة تكفى ٤ أشهر
ثم زاد عليهم ٢٠٠ عسكرى فكم شهرا تكفى هذه المؤنة للجميع

الحل - يلاحظ أولا أن عدد العساكر صار ٨٠٠ + ٢٠٠ أى ١٠٠٠
ثم نرمز لعدد الاشهر المجهولة بحرف س وتوضع هكذا

وكيفية العمل أن يقال حيث أن المؤنة الموجودة	شهر	عسكرى
تكفى ٨٠٠ عسكرى مدة ٤ أشهر فتكفى	٤	٨٠٠
عسكرا واحدا مدة ٤ × ٨٠٠ شهر وتكفى	س	١٠٠٠
١٠٠٠ عسكرى مدة أصغر من ذلك ١٠٠٠	$\frac{800 \times 4}{1000}$	١
مرة أى $\frac{800 \times 4}{1000}$ أى $\frac{3200}{1000}$ أى $\frac{32}{100}$ = $\frac{1}{3}$ شهر	$\frac{800 \times 4}{1000}$	١٠٠٠
	٣٢	١٠٠٠

أغنى أن المؤنة تكفى جميع العساكر $\frac{1}{3}$ شهر

٣٥٩ - اذا تأملنا فى نتائج حل المسائل الاربعة المذكورة
بثمة ٣٥٧ و ٣٥٨ يمكن أن يستنتج منها القانون الآتى

مقدار المجهول في القاعدة الثلاثية البسيطة يساوى حاصل ضرب الكمية المناظرة له (التي من نوعه) في كسر اعتيادي مؤلف من مقداري الكمية الثانية ويكون بسط ذلك الكسر الكمية المتعلقة المعلومة اذا كان نوعه يتناسب مع نوع المجهول طردياً ويكون البسط المذكور الكمية الاصلية اذا كان نوعه يتناسب مع نوع المجهول عكسياً

مسائل على القاعدة الثلاثية البسيطة المطردة

(٧٣٢) اذا كان ثمن ٣٢٥٠ أذرع من الجوخ مبلغ ١١٧ قرش فما يكون ثمن ٣٠٠٠ أذرع منه

(٧٣٣) اذا كان ثمن ٣٦ رطلاً من التفاح مبلغ ٤٢ قرش فكم رطلاً منه تشتري بمبلغ ٢٨ قرش

(٧٣٤) ساع يقطع ١٢ كيلومتر في ٤ ساعات فاعدد الكيلومترات التي يقطعها في ١٣ ساعة

(٧٣٥) وابور الاسكندرية يقطع المسافة التي بين القاهرة والاسكندرية وقدرها ٢١٠ كيلومتر في مدة ٣ ساعات فما مقدار الزمن الذي يصل فيه وابور آخر بالسرعة عينها اذا طام من القاهرة الى جرجا التي هي على بعد ٧٨٣ و ٥٠٤ كيلومتر من القاهرة

(٧٣٦) اذا حفر ٢٨ صائعا ٣٥ متراً مكعباً في اليوم فما عدد الامتار التي يمكن أن يحفرها ٣٠٠ صائعا في اليوم

(٧٣٧) اذا اشغل ١٢ صائعا ١٥ متراً في اليوم كم صائعا تلزم لمل ٢٠٠ متر في اليوم

(٧٣٨) صائعا يكتسب في ٣٠ يوماً مبلغ ٢٥٠ قرشاً فما مقدار ما يكتسبه اذا اشتغل زيادة عما اشتغل ٢ أيام

(٧٣٩) قاعل يكسب ٢٥٥ قرشا في ستة أيام فما عدد الايام التي يكسب فيها ٨٠٧٥٠ قرشا

(٧٤٠) حصا طولها متران واذا وضعت رأسية على الارض يكون طول ظلها ٧٥٠ متروا ذة طول ظلها في هذه اللحظة ٩ أمتار فما ارتفاعها

(٧٤١) طلبة ترفع في ١٠ دقائق ٣٤٥٢ لترا من الماء فما هو الزمن اللازم لان ترفع ٥٠ مترا مكعبا من الماء

(٧٤٢) فرسان في سباق احدهما قطع ٣ فراسخ في ٣٢ دقيقة والثانية قطعت فرسخين ونصفا في ٢٨ دقيقة أى القرسين أسرع

(٧٤٣) اذا كان ربح ٢٠ كيلوجرام من بضاعة هو ٣ فرنك فما يكون ربح ٥٠ كيلوجرام منها

(٧٤٤) تاجر دفع مبلغ ٥١ ملها أجرة تحويل ١٧ جنيا مصريا بالبوسنة فما مقدار ما يدفع على تحويل ٥٠ جنيا مصريا

(٧٤٥) تاجر دفع مبلغ ٨١ قرشا أجرة ١٨ أرب من القمح بالسكة الحديد فاعدد الارادب التي دفع عليها جنيه انجليزى ومعلوم أنه دفع منه ٣ فروش مصاريف أخرى

(٧٤٦) اذا كان ثمن ١٤٥ نجة مبلغ ٤٠ ٣ ١٦٩ بنس شلن جنيه فما ثمن ٢٠ نجة بالسعر عينه

مسائل على القاعدة الثلاثية البسيطة المنعكسة

(٧٤٧) ١٢ عملا تموا ٤٤ لا في ٢٥ يوما فكم صانعا يتمون مثله في مدة ١٥ يوما

(٧٤٨) ثلاثة من العملة اشتغلوا ٤ لا في ١٥ ساعة فما عدد الساعات التي يمكن أن يتم فيها مثله بواسطة ٥ عملة

(٧٤٩) ١٣٠٠٠ شخص مخصورون في محل وعندهم مؤنة تكفيهم ١٠ شهور فكم رجلا يلزم اخراجهم من هذا المحل اذا علم ان مدة الاقامة تزيد أشهر

(٧٥٠) سفينة بها مؤنة ٢٠ يوما على حساب الشخص الواحد ١٨٤٠ جراما
فا الذي يجب صرفه بهما للشخص اذا علم أن السفينة تصل الميناء بعد ٢٠ يوما

(٧٥١) عسكري ملزم أن يمشى مسافة في مدة ١٠ أيام بحيث انه يمشى في اليوم
١٠ ساعات فتأخر عن السفر يومين فا مقدار المسافة التي يلزم أن يمشيها يوميا ليصل
في الوقت المحدد

(٧٥٢) اذا لزم ٧٢ مترا من قاش عرضه ١٢٥ متر لعل ٢٤ بلة فكم مترا تؤخذ
من قاش آخر عرضه ١٢٠ متر لعل ٢٤ بلة مثلها

(٧٥٣) اذا لزم ٨٤ لوطا من الخشب الذي عرضه ٣٠ متر لعل أسقف أربع
محجرات فا عدد اللواح التي يلزم أخذها من خشب آخر عرضه ٢٥ سنتيمتر لعل أربع
أسقف مثلها

(٧٥٤) إعلان متفاوتان في الصعوبة بأن كانت النسبة بينهما كالنسبة بين
٥ و ٧ فاذا اشتغل عامل ٢١ مترا من الاول فا عدد الامتار التي يمكنه أن يشتغلها
من الثاني

(٧٥٥) ما عدد الامتار التي يلزم أخذها من قاش عرضه $\frac{7}{8}$ ذراع لعل بطانة
لثلاثين مترا من حديد عرضه $\frac{3}{4}$ ذراع.

(٧٥٦) وابور قوته ١٢ حصانا يروى غيطا في ٤٨ ساعة فاحدد الساعات التي
يروى فيها هذا الغيط بوابور آخر قوته ٢٠ حصانا

حل مسائل القاعدة الثلاثية المركبة

٣٦٠ - حل أى مسألة من مسائل القاعدة الثلاثية المركبة
نضع المقادير المكونة منها أصول المسئلة على صف أفقى وبجذائها المقادير
المكونة منها المتعلقات ونرمز للجهول بحرف كحرف س مثلا

ثم نغير على التوالى كل مقدار من الاصول بالمقدار المناظر له من المتعلقات ونعتبر أن باقى المقادير ثابتة فيتولد عند كل تغير مسألة من القاعدة الثلاثية البسيطة فنبحث عن مقدار مجهولها ونجعل الناتج على التوالى مقدارا مناظرا للمجهول ونستمر فى العمل حتى ينتهى تغير جميع المقادير فالناتج الاخير هو المطلوب
ولنوضح ذلك بمحل المسئلة الآتية فتقول

مسئلة - ٤٠ عاملا يشتغلون فى اليوم ١٠ ساعات قد تمموا فى مدّة ١٥ يوما ٣٠٠ متر فاعدد الامتار التى يمكن أن يتمها ٢٠ عاملا يشتغلون فى اليوم ٩ ساعات مدّة ١٢ يوما

الحل - نضع المسئلة هكذا

عامل	ساعة	يوم	متر	
٤٠	١٠	١٥	٣٠٠	الاصول
٢٠	٩	١٢	س	المتعلقات

ثم نغير عدد العمال ٤٠ بالعدد ٢٠ ونلاحظ أن باقى المقادير التى فى الأصول ثابتة ونرمز للامتار التى تقابل ٢٠ عاملا بالرمز س فتحدث مسئلة من القاعدة الثلاثية البسيطة وهى اذا اشتغل ٤٠ عاملا مقدار ٣٠٠ متر فكم مترا يشتغلها ٢٠ عاملا وبجملها نجد أن $\frac{20 \times 300}{40} = س$
ثم نعتبر أن هذا المقدار هو الذى يحل محل ٣٠٠ متر ونغير عدد الساعات ١٠ بالعدد ٩ ونلاحظ أن عدد العمال والايام ثابت ونرمز لما يحل محل الامتار بالرمز س فتحدث مسئلة من القاعدة الثلاثية البسيطة وهى اذا تم تشغيل $\frac{20 \times 300}{40}$ مترا بحيث يكون الشغل فى اليوم ١٠ ساعات

فكم مترا يمكن تميمها اذا كانت مدة الشغل في اليوم ٩ ساعات فقط
وبحلفها يحدث $س = \frac{٩ \times ٢٠ \times ٣٠٠}{١٠ \times ٤٠}$ ثم نغير عدد الايام ١٥ بالعدد ٢٠
ونلاحظ أن باقي المقادير ثابتة ونرمز للمقدار الذي يحل محل الامتار
بالحرف $س$ فتحديث مسئلة من القاعدة الثلاثية البسيطة وهي
اذا تم عمل $\frac{٩ \times ٢٠ \times ٣٠٠}{١٠ \times ٤٠}$ من الامتار في مدة ١٥ يوما فما عدد الامتار
التي يمكن تميمها في ١٢ يوما وبحلفها يحدث

$$س = \frac{١٢ \times ٢٠ \times ٣٠٠}{١٥ \times ١٠ \times ٤٠} = ١٠٨$$

٣٦١ - يمكن حل مسائل القاعدة الثلاثية المركبة بوضع آخر
وهي أن تكتب مقادير الاصول وبحذائها مقادير المتعلقات ونغير
على التوالي كل مقدار من الاصول بالمقدار المقابل له من المتعلقات
ونرمز لما يؤل اليه المقدار المناظر للجهول عند كل تغير بحروف
مثل $س$ و $س$ و $س$ و $س$ و $س$ و $س$ ويستنتج من كل وضعين متتالين
تناسب ثم تضرب هذه التناسبات في بعضها ونختصر الحدين المشتملين
على الحروف $س$ و $س$ الخ فيحدث تناسب أحد حدوده مجهول
فيمكن استخراجها فيكون هو المطلوب

ولنوضح ذلك بحل المسئلة الآتية

مسئلة - ٢٤ فاعلا حفروا في مدة ١٥ يوما بئرا عمقها ١٦ قدما
وكانوا يشتغلون كل يوم ٨ ساعات فما عدد الساعات التي يجب أن
يشتغل فيها يوميا ١٨ فاعلا مدة ٢٠ يوما لحفر بئر عمقها ٢٧ قدما

الحل - توضع المسئلة هكذا

	فاعل	يوما	قدما	ساعة	
الاصول	٢٤	١٥	١٦	٨	
المتعلقات	١٨	٢٠	٢٧	سـ	

$$\begin{array}{l} (١) \quad ٨ : سـ :: ١٨ : ٢٤ \\ (٢) \quad سـ : سـ :: ٢٠ : ١٥ \\ (٣) \quad سـ : سـ :: ١٦ : ٢٧ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} ٨ \quad ١٦ \quad ١٥ \quad ٢٤ \\ سـ \quad ١٦ \quad ١٥ \quad ١٨ \\ سـ \quad ١٦ \quad ٢٠ \quad ١٨ \\ سـ \quad ٢٧ \quad ٢٠ \quad ١٨ \end{array} \right.$$

وبضرب هذه التناسبات يحدث $\frac{٢٧ \times ١٥ \times ٢٤}{١٦ \times ٢٠ \times ١٨} = \frac{سـ \times سـ \times سـ}{٨ \times سـ \times سـ}$ أو $\frac{سـ}{٨} = \frac{٢٧ \times ١٥ \times ٢٤}{١٦ \times ٢٠ \times ١٨}$ ومنه

$$١٣,٥ = \frac{٢٧ \times ١٥ \times ٢٤ \times ٨}{١٦ \times ٢٠ \times ١٨} = سـ$$

وكيفية ذلك أن يقال حيث أن ٢٤ عاملا حفروا في مدة ١٥ يوما بئرا عمقها ١٦ قدما وكانوا يشتغلون في اليوم ٨ ساعات فإذا أريد حفر مثلها بواسطة ١٨ عاملا فتكون ساعات الشغل اليومي مغايرة للسابقة فإذا رمز لها بحرف سـ وقورن الوضعان المتتاليان ببعضهما يحدث التناسب (١) $٨ : سـ :: ١٨ : ٢٤$

وإذا غير عدد الايام ١٥ بالعدد ٢٠ وفرض ان باقي مقادير الوضع الثاني ثابتة فانه يلزم تغيير مقدار الساعات سـ بمقدار آخر يرمز له بحرف سـ وبمقارنة الوضع الثالث بالثاني يحدث هذا التناسب (٢) $٢٠ : سـ :: سـ : ١٥$

وإذا غير العدد الدال على العمق ١٦ بالعدد ٢٧ وفرض بقاء بقية مقادير الوضع الثالث فانه يلزم تغيير عدد الساعات سـ بمقدار آخر

يرمز له بحرف سـ وبمقارنة الوضع الرابع بالثالث يحدث هذا التناسب
 $٢٧ : ١٦ :: سـ : سـ \quad (٣)$

وبضرب حدود التناسبات (١) و (٢) و (٣) في بعضها يحدث تناسب
 $٢٤ \times ١٥ \times ٢٧ : ١٨ \times ٢٠ \times ١٦ :: سـ \times سـ \times سـ$
 سـ : ٨ : $سـ \times سـ$ وبقسمة حذى النسبة الثانية على
 $سـ \times سـ$ يحدث

$$٢٤ \times ١٥ \times ٢٧ : ١٨ \times ٢٠ \times ١٦ :: سـ : ٨ \text{ ومنه } سـ = \frac{٢٧ \times ١٥ \times ٢٤ \times ٨}{١٦ \times ٢٠ \times ١٨} = ١٣,٥$$

حل مسائل القاعدة الثلاثية المركبة بطريقة الوحدة

٣٦٢ - حل أى مسألة من مسائل القاعدة الثلاثية المركبة
 بطريقة التحويل الى الوحدة نبحت عما يؤل اليه المقدار الذى من
 نوع المجهول بفرض أن جميع مقادير الاصول المقابلة له من الكميات
 الاخرى على التوالى مساوية للواحد ثم يستنبط من ذلك مايؤل اليه
 هذا المقدار عند تغير كل من هذه الوحدات على التوالى بما يقابله
 من المتعلقات

ولنوضح ذلك بحل المسئلة الآتية

قطعتان من الجوخ قومتا بمبلغ ٩٠٠ فرنك وكان طول كل واحدة
 منها ٢٠ مترا والعرض ١,٢٠ متر فـ مقدار عرض ٣ قطع من مثل
 هذا الجوخ ثمنها ١١٢٥ فرنكا وطول كل واحدة ١٦ مترا

الحل توضع هكذا			
قطعة	الثنى	طول	عرض
٢	٩٠٠ ف	٢٠	١,٢٠
٣	١١٢٥	١٦	س
١	٩٠٠	٢٠	$2 \times 1,20$
١	١	٢٠	$2 \times 1,20$
١	١	١	$20 \times 2 \times 1,20$
٣	١	١	$20 \times 2 \times 1,20$
٣	١١٢٥	١	$1125 \times 20 \times 2 \times 1,20$
٣	١١٢٥	١٦	$1125 \times 20 \times 2 \times 1,20$
٣	١١٢٥	١٦	$16 \times 3 \times 900$
٣	١١٢٥	١٦	١,٢٥ وهو المطلوب

وكيفية العمل ان يقال حيث أن عرض قطعتين من الجوخ اللتين
ثمنهما ٩٠٠ ف وطول الواحدة ٢٠ م هو ١,٢٠ فإذا فرض أن قطعة من
هذا الجوخ بلغ ثمنها ٩٠٠ فرنك وكان طولها ٢١ مترا فيلزم أن يكون
عرضها أكبر من العرض السابق وهو ١,٢٠ م مرتين أى $2 \times 1,20$

وإذا فرض أن هذه القطعة ثمنها فرنك واحد مع بقاء طولها ٢٠ م
يلزم أن يكون العرض أقل من ذلك ٩٠٠ مرة أى $\frac{2 \times 1,20}{900}$
وإذا فرض أن طول هذه القطعة متر واحد يلزم أن يكون العرض
أكبر من السابق ٢٠ مرة أى $\frac{20 \times 2 \times 1,20}{900}$

ثم إذا فرض أن ثلاث قطع ثمنها فرنك واحد وطول الواحدة متر
واحد يلزم أن يكون العرض أصغر من السابق ٣ مرات أى
يكون $\frac{20 \times 2 \times 1,20}{3 \times 100}$

وإذا فرض أن ثمن هذه القطع الثلاث ١١٢٥ فرنكا فيكون العرض
أكبر بمقدار ١١٢٥ مرة أى $\frac{1125 \times 40 \times 2 \times 120}{3 \times 900}$

وإذا فرض أن طول كل واحدة من هذه القطع الثلاث ١٦ مترا يلزم أن
يكون العرض أصغر من السابق بمقدار ١٦ مرة أى $\frac{1125 \times 40 \times 2 \times 120}{16 \times 3 \times 900}$

وهذا هو مقدار العرض المطلوب وبحسابه نجد أنه يساوى ١,٢٥ م
تنبيه - لسهولة حساب المقادير الناتجة يراعى اختصارها أولا
بما تقدم بمرّة ١٤٦

إذا تأملنا في نتائج حل المسائل السابقة نمرّة ٣٦٠ و ٣٦١ و ٣٦٢
يستنتج القانون الآتى

٣٦٣ - قانون مقدار المجهول في القاعدة الثلاثية المركبة يساوى
حاصل ضرب نظيره المعلوم في تتابع عدة كسور حدا كل كسر منها
مقداران متحدان النوع من الكميات المعلومّة ويكون بسط الكسر
من المتعلقات إذا كان نوع حديّه يتناسب مع نوع المجهول طرديا
ويكون البسط من الاصول إذا كان نوع الحدين يتناسب مع النوع
المجهول عكسيا

ولنطبق هذا القانون على حل المسئلة الآتية

مسئلة - بنى خمسون عاملا حائطاً طوله ١٢٥ م وارتفاعه ٣ م وسمكه
٠,٦٠ م فى مدة ١٨ يوما وكانوا يشتغلون فى اليوم ٨ ساعات فما عدد

الايام التي يبنى فيها ٣٢ عاملا حائطا طوله ٢٠٠ م وارتفاعه ٤ م
وسمكه ٠.٥٠ م بحيث يشتغلون في اليوم ١٠ ساعات

الحل توضع المسئلة هكذا

عامل	طول	ارتفاع	سمك	يوم	ساعة
٥٠	١٢٥ م	٣ م	٠.٦٠ م	١٨	٨
٣٢	٢٠٠	٤	٠.٥٠	س	١٠
عكسى	طردى	طردى	طردى	عكسى	تعيين النسب
س	$= ١٨ \times \frac{٥٠}{٣٢} \times \frac{٢٠٠}{٤} \times \frac{٣}{٠.٦٠} \times \frac{٨}{١٠} \times \frac{١}{١}$				
أو س	$= \frac{١٨ \times ٥٠ \times ٢٠٠ \times ٣ \times ٨}{١٠ \times ٠.٦٠ \times ٣٢ \times ٤} = ٤٠$				
س	$= ٤٠$				

مسائل على القاعدة الثلاثية المركبة

(٧٥٧) تخطر مدرسة صرف مبلغ ٢٤ جنيهها لغذاء ٦٠ تلميذا في مدة عشر أيام
مالذي يصرفه لغذاء ٩٠ تلميذا في مدة ١٥ يوما

(٧٥٨) ٤٠٠ عسكرى محصورون في قلعة وعندهم مؤنة تكفيهم ١٨٠ يوما
يفرض أن يعطى ٧٥٠ جراما للعسكرى الواحد في اليوم فزاد عددهم ١٠٠ وعلم أنه
لا يمكن أن تصلهم مؤنة قبل ٢٤٠ يوما فالذى يجب أن يصرف للعسكرى يوميا بحيث
تكفيهم المؤنة

(٧٥٩) ٤٠ عاملا اشتغلوا ٣٠٠ م في مدة ١٥ يوما وكان الشغل في اليوم ١٠ ساعات
فكم عاملا يشتغلون ١٨٠ م في مدة ٢٠ يوما اذا كان الشغل في اليوم ٩ ساعات

(٧٦٠) متعهد شغل ٢٤ عاملا في حفر خندق فرفموا في ١٨ يوما ٦٤٠٠ م
مكعب من التراب وكانوا يشتغلون في اليوم ١٠ ساعات ويوجد ١٢٨٠٠ م مقتضى

شغلها ولكن لا يوجد الا ١٦ عاملا في كم يوم يمكن تشغيلها اذا اشتغل هؤلاء العمال ٩ ساعات في اليوم

(٧٦١) عاملان أتما في مدة ٥ أيام ٩٠ متروكانا يشتغلان في اليوم ٣ ساعات فعدد الامتار التي يشتغلها ٣ من المال في مدة يومين اذا اشتغلوا في اليوم ٧ ساعات وكانت نسبة صعوبة العمل الاول الى الثاني كنسبة ٥ الى ٦

(٧٦٢) ٤ قطع من الحرير طول الواحدة منها ١٦ مترا وعرضها ٨٠ م قومت بمبلغ ١٢٨٠ قرش فاشترى ٣ قطع من حرير آخر طول الواحدة ٢٠ مترا وعرضها ٦٠ م اذا كانت نسبة جودة الحرير الاول الى الثاني كنسبة ٩ الى ١٠

(٧٦٣) ثلاثة من النقاشين نقشوا أسقف ٦ قاعات طول كل منها ٥ أمتار والعرض ٤ م في مدة ١٠ أيام وكان الشغل اليومي ١٠ ساعات فاعدد الايام التي نقش فيها ٤ من النقاشين أسقف ٨ قاعات أخرى طول كل منها ٦ أمتار والعرض ٥ م - اذا كان الشغل اليومي ٩ ساعات

(٧٦٤) ٦٤٠ شغالا يشتغلون ١٠ ساعات في اليوم قتموا في ٨٠ يوما حفر ترمة طولها ٢٠٠٠ م وعرضها ٨ م وعمقها ٤ م فاعدد الايام التي فيها ٨٠٠ عامل يشتغلون ٩ ساعات في اليوم ويحفرون ترمة طولها ٣٠٠ م وعرضها ٩ م وعمقها ٦ م في أرض صعوبتها أقل من صعوبة الاولى بمقدار الربع

(٧٦٥) رئيس مدرسة ازم له ٢٦٠٠ هكتولتر من القمح الذي وزن الهكتولتر منه ٧٥ كيلوجرام لغذاء تلامذة مدرسته مدة عشرة شهور (السنة المكتبية) وفي السنة التالية كان وزن الهكتولتر من القمح ٧٨ كيلوجرام وزاد عدد التلامذة الخمس فما مقدار ما يلزم أن يشتريه لغذاء تلامذة مدرسته مدة عشرة شهور

(٧٦٦) آلة بخارية تشتغل ١٢ ساعة في اليوم حرق في ٢١ يوما ٩٦٠٠ كيلوجرام من الفحم الحجري فما مقدار ما يصرف عليها اذا اشتغلت ١١ ساعة في اليوم مدة ٣٠٠ يوم وكان ثمن الالف كيلوجرام من الفحم ١٧٥ قرشا

حساب المائة

٣٦٤ - قد جرت العادة في الاعمال التجارية وفي الاحصائيات العمومية اتخاذ المائة أساسا في الحساب وما يقابلها من ربح أو خسارة أو عدد مواليد بلد أو وفياتها الخ يقال له النسبة في المائة ويرمز للنسبة في المائة بالعلامة $\%$.

فإذا قيل ان تجارة ربحت ١٥ $\%$ دل ذلك على أن كل مائة من رأس المال يقابلها ١٥ من الربح - وإذا قيل ان تجارة خسرت ٣ $\%$ دل ذلك على أن كل مائة من رأس المال يقابلها ٣ من الخسارة

وإذا قيل ان مواليد بلد هي ١٢ $\%$ بالنسبة لعدد سكانها دل ذلك على أنه يقابل كل ١٠٠ من السكان ١٢ من المواليد - وإذا قيل ان وفيات بلد ٤ $\%$ دل ذلك على أن كل مائة من السكان يقابلها ٤ من المتوفين وهكذا

٣٦٥ - في كثير من الاحوال تحل المسائل بإيجاد النسبة في المائة فاجرة ارسال النقود بالبوستة والسمسرة والعمولة ومصاريف التوريت ورسوم القضايا وغيرها تؤخذ بنسبة المائة

فإذا قيل ان مصاريف ارسال النقود هي ٣ $\%$ دل ذلك على أن كل مائة قرش يدفع عنها ٣ $\%$ القرش (١) وإذا قيل ان السمسرة هي ٢ $\%$ دل ذلك على أن كل مائة يدفع عنها اثنان

(١) ما كان أقل من مائة يحسب مائة ولا يؤخذ أقل من قرش على أقل ارسالية

واذا قيل ان العمولة ١٠ ٪ دل ذلك على أن كل ١٠٠ قرش يدفع منها ١٠ قروش وهكذا

وحساب المائة له دخل عظيم في تسهيل المقارنات

فاذا فرض أن رأس مال تجارة ٥٤٥٠ جنيها وربحت هذه التجارة ٣٢٧ جنيها ورأس مال تجارة أخرى ٦٠٠٠ جنيها وربحت ٣٤٥ جنيها فلا يعلم من بادئ الامر أى التجارتين أكثر مكسبا ولكن اذا بحث عن مقدار ما يخص المائة من الربح في كلتا التجارتين سهلت المقارنة وكذا اذا كان تعداد مدينة ٨٠٠٠٠ نفس ثم بلغ تعدادها ١٠٠٠٠٠ نفس وكان تعداد مدينة أخرى ٧٠٠٠٠ نفس ثم بلغ ٨٤٠٠٠ نفس فلا يعلم من بادئ الامر أى المدينتين أرقى زيادة ولكن اذا بحث عن مقدار ما يخص كل مائة نفس من السكان من الزيادة في كلتا المدينتين سهلت المقارنة

وحساب المائة يمكن ترجيعه الى القاعدة الثلاثية البسيطة وبذلك تحل المسائل المختلفة المتعلقة بها

٣٦٦ - المسائل الاساسية لحساب المائة يمكن أن تنحصر في الحالات الآتية

أولا - أن يكون المعلوم المقدار الاصلى وما يقابله ويراد إيجاد النسبة في المائة

ثانيا - أن يكون المعلوم النسبة في المائة والمقدار الاصلى ويراد إيجاد ما يقابله

ثالثا - أن يكون المعلوم النسبة في المائة وما يقابل المقدار الاصلى ويراد إيجاد ذلك المقدار

وهناك أحوال أخرى ولكنها ترجع الى هذه الاحوال ولنوضح ذلك
بجمل المسائل الآتية

المسئلة الاولى - مدرسة بها ٤٥٠ تلميذ غاب منهم في يوم ٢٧
فما النسبة في المائة للغائبين

الحل حيث ان ٤٥٠ تلميذا غاب منهم ٢٧ فالمائة يقابلها مقدار
نرمز له بحرف سـ ويستخرج من التناسب ٤٥٠ : ٢٧ :: ١٠٠ : سـ
ومنه سـ = ٦ فتكون النسبة في المائة للغائبين هي ٦ %

المسئلة الثانية - مقاول يدفع تامينا ١٥ % من قيمة الاعمال التي
يتعهد بعملها فاذا بلغت قيمة أعمال ٣٠٠٠ جنيه فما مقدار التامين

الحل - اذا كانت قيمة الاعمال ١٠٠ يكون التامين ١٥
وحيث ان قيمة الاعمال ٣٠٠٠ فقيمة التامين تعلم من التناسب
١٠٠ : ١٥ :: ٣٠٠٠ : سـ ومنه سـ = ٤٥٠ جنيه

المسئلة الثالثة - شخص قطع $\frac{٢}{٣}$ ١٦ % من طول طريق وكان
مقدار ماقطعه ٣ كيلومتر فما مقدار طول الطريق

الحل - اذا كان ماقطعه $\frac{٢}{٣}$ ١٦ يكون طول الطريق ١٠٠ وحيث
ان ماقطعه ٣ كيلومتر فطول الطريق يعلم من التناسب

$\frac{٢}{٣}$ ١٦ : ١٠٠ :: ٣ : سـ ومنه سـ = ١٨ كيلومتر

المسئلة الرابعة - تعداد سكان مدينة ٨٦٤٠٠ نفس وعدد المشتغلين بالتعلم فيها ٣٨٨٨ نفسا وتعداد مدينة أخرى ٧٥٠٠٠ نفس وعدد المشتغلين بالتعليم فيها ٣٥٢٥ نفسا والمطلوب معرفة أى المدينتين أرقى اشتغالا بالتعليم
الحل - نبحت عن النسبة في المائة للمشتغلين بالتعليم في الاولى ويمكن استخراجها من هذا التناسب

$$٨٦٤٠٠ : ١٠٠ :: ٣٨٨٨ : س \text{ ومنه } س = ٤٥$$

ثم نبحت عن النسبة في المائة للمشتغلين بالتعليم في المدينة الثانية ويمكن استخراجها من هذا التناسب

$$٧٥٠٠٠ : ١٠٠ :: ٣٥٢٥ : س \text{ ومنه } س = ٤٧$$

فيعلم أن المدينة الثانية أرقى من الاولى اشتغالا بالتعليم

المكسب والخسارة

٣٦٧ - اذا بيع شئ بزيادة عن ثمن مشتراه يقال انه بيع بمكسب واذا بيع بتقص عن ثمن مشتراه يقال انه بيع بخسارة والفرق بين ثمن الشراء وثنن البيع هو المكسب أو الخسارة
وقد جرت العادة أن بين المكسب أو الخسارة بالنسبة لثمن الشراء من الثمن الاصلى (ثمن الشراء)

فاذا اشترت كتابا بمبلغ ٤٠٠ مليم ثم بعته بمبلغ ٤٨٠ مليم يقال انه بيع بمكسب مقداره ٨٠ - ٤٠٠ = ٨٠ وهذا المقدار يبين بالنسبة لثمن الشراء بالمقدار $\frac{٨٠}{٤٠٠}$ أو ٢٠٪ واذا اشترت ساعة بمبلغ

١٥٠ قرش وبعثا بمبلغ ١٢٥ يقال انها بيعت بخسارة مقدارها ١٥٠
 $125 = 25$ وهذا المقدارين بالنسبة لثمن الشراء بالمقدار $\frac{25}{150}$
 أو $\frac{1}{6}$ ١٦ %

ومسائل المكسب والخسارة تشابه مسائل حساب المائة فهي ترجع
 أيضا الى القاعدة الثلاثية البسيطة ويلاحظ أن المبلغ الاصلى (ثمن الشراء)
 والمائة مقداران من نوع واحد ويقابلهما ربح المبلغ الاصلى أو خسارته
 وربح المائة أو خسارتها وان المبالغ والارباح تتناسب طرديا وكذا المبالغ
 والخسارة ولغات بامثلة على ذلك فنقول

المسئلة الاولى - تجارة رأس مالها ٦٧٥٠ جنيها ربحت ٥٤٠ جنيه
 والمطلوب تقدير النسبة في المائة لربح هذه التجارة

الحل - حيث ان مبلغ ٦٧٥٠ جنيها يربح ٥٤٠ جنيها فالمائة جنيه
 تربح مبلغا يرمز له بحرف سـ ويمكن استخراج سـ من هذا التناسب
 $6750 : 100 :: 540 : سـ$ ومنه $سـ = \frac{100 \times 540}{6750} = 8$ وحينئذ
 يقال ان النسبة في المائة هي ٨

المسئلة الثانية - اذا كان في ربح تجارة النسبة في المائة هي ١٥
 فما يكون ربح ٤٦٥ جنيها

الحل - يفهم من منطوق المسئلة أن مائة جنيه تربح ١٥ ويراد
 معرفة ربح ٤٦٥ جنيها فيقال حيث ان مائة جنيه تربح ١٥ فالجنيه
 الواحد يربح $\frac{1}{10}$ ومبلغ ٤٦٥ يربح $\frac{465 \times 10}{100} = 46,5$ جنيها وهو
 الربح المطلوب

المسئلة الثالثة - تجارة خسرت ٩٤٥ قرشا وقومت هذه الخسارة بنسبة ٣٪ لرأس المال فما مقداره

الحل - يفهم من ذلك أن ١٠٠ خسرت ٣ ويراد معرفة المبلغ الذي خسر ٩٤٥ قرشا ولذلك يقال حيث ان ٣ هي خسارة ١٠٠ فيكون قرش واحد خسارة لمبلغ أقل من المائة ٣ مرات أي $\frac{100}{3}$ ومبلغ ٩٤٥ فرنكا خسارة لمبلغ أكبر من ذلك ٩٤٥ مرة أي $\frac{100 \times 945}{3} = 31500$ قرش

٣٦٨ - تنبيه في مسائل حساب المائة والمكسب والخسارة قد تحمل الجملة (وهي مقدار مركب من المقدار الاصل مضافا اليه ربحه أو زيادته) محل المقدار الاصل في معلومات المسئلة فإذا علمت الجملة والنسبة في المائة وأريد إيجاد المقدار الاصل نعتبر المقدار المناظر للجملة هو مجموع (المائة وربحها أو المائة وزيادتها) أو الفرق بين المائة وخسارتها (في الخسارة) وبذلك يمكن الوصول الى المطلوب

وأما اذا علم مع الجملة المقدار الاصل وأريد إيجاد النسبة في المائة فان الفرق بين المقدارين المعلومين يكون هو مقدار الربح أو الخسارة وحينئذ فترجع الى الحالة الاولى

وكذا اذا علم مع الجملة المقدار المقابل للمقدار الاصل وأريد إيجاد النسبة في المائة فان الفرق بين المقدارين المعلومين يكون هو المقدار الاصل وحينئذ فترجع الى الحالة الاولى ولنا على ذلك بامثلة توضيحها فنقول

المثال الاول - تجارة ربحت ١٢ ٪ وكان جملة ما بيعت به هو ٧٢٨٠ قرشا فما مقدار الثمن الاصلى

الحل - حيث ان المائة تربح ١٢ فيكون ١١٢ قرشا من ثمن المبيع يقابله ١٠٠ قرش من الثمن الاصلى ويكون قرش واحد من ثمن المبيع يقابله $\frac{100}{112}$ ومبلغ ٧٢٨٠ قرشا من ثمن المبيع يقابله $\frac{7280 \times 100}{112} = 6500$ وهو الثمن الاصلى

المثال الثانى - تاجر خسر فى بيعة ٥ ٪ وكان قيمة ما بيعت به ٥٧ قرشا فما مقدار الثمن الاصلى

حيث ان المائة خسرت ٥ فيكون ٩٥ قرشا من ثمن المبيع يقابله ١٠٠ من الثمن الاصلى ويكون قرش واحد من ثمن المبيع يقابله $\frac{100}{95}$ ومبلغ ٥٧ قرشا من ثمن المبيع يقابله $\frac{57 \times 100}{95} = 60$ وهو الثمن الاصلى

المثال الثالث - تاجر اشترى بضاعة بمبلغ ١٥٠٠٠ قرش وباعها بمبلغ ١٦٥٠٠ قرش فما النسبة فى المائة للربح

الحل - تطرح ١٥٠٠٠ قرش من ١٦٥٠٠ قرش يبقى ١٥٠٠ قرش وهو مقدار الربح وحينئذ فبمعرفة منع الثمن الاصلى وهو ١٥٠٠ قرش يرجع الامر الى (المسئلة الاولى) وبحلها يعلم ان النسبة فى المائة هى ١٠

المثال الرابع - بلغ تعداد سكان بلد ٨٥٦٠ نفسا وكانت زيادة هذا التعداد عن السابق هى ٥٦٠ نفسا فما النسبة فى المائة لزيادة تعدادها

الحل - تطرح ٥٦٠ من ٨٥٦٠ يبقى ٨٠٠٠ نفس وهو مقدار
التعداد السابق وبمعرفة مع مقدار الزيادة يمكن استخراج النسبة في المائة
فتجدها تساوى ٧

مسائل على حساب المائة والمكسب والخسارة

(٧٦٧) بأى نسبة في المائة تنسب ٣ قروش الى ٤٥ قرشا و ٢٠ رطلا الى ثلاثة
قناطير و ٧٣ يوما لسنة و ٣ كيلات للاربع

(٧٦٨) بأى نسبة في المائة تنسب ٨ شلن للجنيه الانجليزى و ٢ فرنك للمنتو
و ٣ قصبات للفدان

(٧٦٩) أرض من الفدان منها ٩٠ جنيها ويمكن تأجيرها بمبلغ ٨ جنيها سنويا
وأرض أخرى من الفدان منها ١٢٥٠ جنيها ويمكن تأجيرها بمبلغ ١١ جنيها كل سنة
فأيهما أربح للشرى

(٧٧٠) مدرسة بها ٣٠٠ تلميذ ومتوسط عدد من يحضر من التلامذة كل يوم ٢٨٤
فما النسبة في المائة للحاضرين وما النسبة في المائة للغائبين

(٧٧١) كان تعداد سكان القطر المصرى في سنة ١٨٨٢ هو ٦٨٢١٧٢٧ نفسا
وباع مقدار الزيادة ٢٩١٢٦٧٨ نفسا في تعداد سنة ١٨٩٧ فما النسبة في المائة
في زيادة التعداد

(٧٧٢) بائع استعمل الكيلو جرام في الوزن بدلا عن الاقة فما مقدار الخسارة
في المائة (على المشتري)

(٧٧٣) شخص اشترى بيتا بمبلغ ٨٢٠ جنيها ودفع مصاريف اخراج حجته باعتبار
٢ ٪ فما مقدار مصاريف الحجة - وما مقدار الثمن والمصاريف

(٧٧٤) تاجر اشترى بضائع بمبلغ ٤١٨ جنيها ونظرا لكونه يدفع الثمن قورا
تنازل له البائع من ٤ ٪ فما مقدار ما يدفعه المشتري

(٧٧٥) سمسار باع ٨٦ مترا من الجوخ بسعر المتر ١٣ فرنكا و ٦٤ مترا من الحرير بسعر المتر ٨٥ فرنكات و ١٩٢ مترا من التيل بسعر المتر ١٧٥ فرنك فما مقدار ما يستحقه السمسار على حساب ٢ ٪

(٧٧٦) تجارة خسرت ١٧ ٪ فما مقدار خسارتها في ٨٦

(٧٧٧) فلاح اشترى فدانا أرضا بمبلغ ٩٦ جنيا ثم باعه لآخر و ربح فيه ١٥ ٪ ثم ان هذا المشتري باعه لثالث و خسر ١٠ ٪ فما مقدار ما اشترى به الثالث

(٧٧٨) مارأس مال شركة تجارية بلغ مكسبها ٤٣٦٤ بنسبة ٥ ٪

(٧٧٩) لمحدد سكان مدينة تعداد منازلها ٢٣١٢ منزلا وهو بنسبة ١٧ ٪ من عدد السكان

(٧٨٠) شخص يصرف ٨٢ ٪ من ايراده السنوى و يوفر في السنة ٢١ جنيا و ٦٠٠ مليم فما ايراده السنوى

(٧٨١) رجل اشترى فرسا و دفع ٢٥٢٥ جنيه مسمرة على حساب ٥ ٪ فما ثمن الفرس

(٧٨٢) زيد اشترى منزلا ثم باعه لعمرو و ربح ١٢ ٪ ثم ان عمرا باعه لخالد و ربح ٪ وكان مادفعه خالد هو ٧٢٥ جنيا و ٧٦٠ مليم فما مقدار الثمن الذى اشترى به زيد

(٧٨٣) كان تعداد سكان مدينة القاهرة في احصاء سنة ١٨٨٢ هو ٣٧٤٨٣٨ نفسا و تعدادها في احصاء سنة ١٨٩٧ هو ٥٧٠٠٦٢ فما نسبة الزيادة في المائة

(٧٨٤) تاجر باع ٤٨ قنطارا من السكر بسعر القنطار ٨٤ قرشا فربح ٣٣٦ قرشا فما مقدار النسبة في المائة لما ربحه

(٧٨٥) تجارة رأس مالها ٥٤٥٠ جنيا و بلغ مكسبها في سنة ٣٢٧ جنيا و تجارة أخرى رأس مالها ٦٠٠٠ جنيه و بلغ مكسبها في السنة عنها ٣٤٥ جنيه فأى التجارين أرقى مكسبا

(٧٨٦) تعداد مدينة ١٠٠٠٠٠ نفس و تعداد مدينة أخرى ٨٤٠٠٠ نفس و قيل ذلك بنحس سواك كان تعداد المدينة الاولى ٨٠٠٠٠ و تعداد الثانية ٧٠٠٠٠ فأى المدينتين أرقى في الزيادة

(٧٨٧) مدرسة قدمت للامتحان ٤٥ طالبا نجح منهم ٣٢ ومدرسة أخرى قدمت في هذا الامتحان ٦٣ طالبا ونجح ٤٥ فأيتهما أرقى

(٧٨٨) رجل باع بيتا بمبلغ ٥١٦ جنيا مصريا فبلغ ربحه $\frac{1}{3} \cdot ٧٠\%$ فبكم كان يبعه اذا كانت الخسارة $\frac{1}{3} \cdot ٧٠\%$

(٧٨٩) تاجر باع الثوب الذي غنمه ٣٢ فرنكا بمبلغ ٤٠ فرنكا فامكسبه في المائة

(٧٩٠) تلميذ حصل على درجة ٢٥ في اللغة العربية التي درجتها النهائية ٣٠ وحصل على ٣٦ في الحساب وكانت الدرجة النهائية فيه ٤٠ وحصل على ١٧ في علم الجغرافيا والدرجة النهائية فيه ٢٠ وحصل على ١٢ في الخط وكان الدرجة النهائية فيه ١٥ ففي أي هذه العلوم كان هذا التلميذ أرقى تقدما

(٧٩١) تاجر اشترى ٢٤٠ متر من الحرير وباع ربع هذا القدر بمكسب ٢٥% وثلاثة بمكسب ٢٠% والباقي بخسارة ١٥% وكان المبلغ الذي باع به الجميع ١٦٠ جنيا فما يكون الثمن الاصيل للباردة

(٧٩٢) بائعة بيض تشتري كل ١٠٠٠ بيضة بمبلغ ١٦٠ قرشا فكم بيضة تبيع بمبلغ ١٣٠ قرشا لتكسب ٢٥%

(٧٩٣) شخص اشترى مقدار من البرتقال بسعر كل ١٠٠ برتقاله بمبلغ ١٢٥ قرش ومقدار مثله بسعر كل ١٠٠ برتقاله بمبلغ ١٠ قروش وباع الجميع كل ٤ قرش فما مكسبه في المائة

(٧٩٤) تاجر خيل اشترى ٧٦ حصانا باثمان متساوية وباع منها ٢٠ بمكسب ١٥% و ٤٠ بمكسب ١٩% والباقي بمكسب ٢٥% فبلغ مكسبه الكلي ٦٥٧ جنيا فكم غن كل حصان

(٧٩٥) باع بقال بضائع ربح في ربعها ٥% وفي ثلثها ١٠% وفي الباقي ٢٠% فبلغ ما باع به تلك البضاعة $\frac{٣}{٤} \cdot ٦٧$ جنيا والمطلوب معرفة الثمن الاصيل

التقسيم التناسبي

٣٦٩ - التقسيم التناسبي هو تقسيم عدد معلوم الى أجزاء تكون مناسبة لمقادير معلومة

ويقال ان الاعداد مناسبة لمقادير معلومة متى كانت النسبة بين كل عدد وما يقابله من المقادير المعلومة ثابتة
فتقسيم العدد ٩٠ الى اجزاء مناسبة للاعداد ٣ و ٥ و ٧ هو تجزئته الى ثلاثة أجزاء بحيث يكون نسبة الجزء الاول الى ٣ كنسبة الجزء الثاني الى ٥ وكنسبة الجزء الثالث الى ٧ .

وللوصول الى ذلك يقال اذا فرض ان العدد المراد تقسيمه هو ٣
+ ٥ + ٧ أى ١٥ كان الجزء الاول ٣ والثاني ٥ والثالث ٧
اذ ان $\frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{7}{10}$ وإذا كان العدد المراد تقسيمه ١ أى أصغر
من ١٥ بمقدار ١٥ مرة كانت الاجزاء المطلوبة أصغر من هذه الاجزاء
١٥ مرة أى $\frac{3}{10}$ و $\frac{5}{10}$ و $\frac{7}{10}$ وإذا كان العدد المراد تقسيمه أكبر
من الواحد مرتين أو ثلاثة أو أكثر كانت الاقسام المطلوبة أكبر من
الاقسام المذكورة مرتين أو ثلاثة أو أكثر ولما كان العدد المراد
تقسيمه هو ٩٠ فالاجزاء تكون أكبر من ذلك ٩٠ مرة أى تكون
 $\frac{3 \times 90}{10}$ و $\frac{5 \times 90}{10}$ و $\frac{7 \times 90}{10}$ أعنى ٢٧ و ٤٥ و ٦٣ ومن حيث ان المقادير
المذكورة يمكن وضعها هكذا $3 \times \frac{90}{10}$ و $5 \times \frac{90}{10}$ و $7 \times \frac{90}{10}$
تنتج القاعدة الآتية

٣٧٠ - قاعدة - لتقسيم عدد معلوم الى أجزاء مناسبة لمقادير
معلومة نجمع المقادير المعلومة ونقسم العدد المراد تقسيمه على مجموعها
ونضرب الخارج في كل عدد منها

تنبه - اذا كانت الاعداد المعلومة كسورا نجنسها ثم نقسم العدد المراد تقسيمه الى أجزاء مناسبة للبسط

ولتطبيق هذه القاعدة على حل المسائل الآتية فنقول
المسئلة الاولى - المطلوب تقسيم ٣٦٠ قرشا بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون أنصبتهم مناسبة للاعداد ٣ و ٤ و ٥

الحل نجمع ٣ و ٤ و ٥ فينتج ١٢ ثم نقسم ٣٦٠ على ١٢ فينتج ٣٠ فنضربه في ٣ و ٤ و ٥ فينتج على التوالي ٩٠ قرشا و ١٢٠ قرشا و ١٥٠ قرشا تكون هي الانصبة المطلوبة

والتحقيق أولان $١٥٠ + ١٢٠ + ٩٠ = ٣٦٠$ وثانيا ان $\frac{٩٠}{٣} = \frac{١٢٠}{٤} = \frac{١٥٠}{٥}$ اذ أن كل نسبة منها تساوى ٣٠

المسئلة الثانية - المطلوب تقسيم ٣٩٦ فداناً بين ثلاثة أشخاص بحيث تكون الاقسام مناسبة للاعداد ١ و $\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٧}{٨}$

الحل - نجنس الكسرين $\frac{٣}{٥}$ و $\frac{٧}{٨}$ فينتج $\frac{٢٤}{٤٠}$ و $\frac{٣٥}{٤٠}$ ونعتبر ان الواحد هو $\frac{٤٠}{٤٠}$ وحينئذ فنقسم العدد ٣٩٦ فداناً الى أجزاء مناسبة للبسط ٤٠ و ٢٤ و ٣٥ وبإجراء العمل كما في المسئلة السابقة يوجد ان الاقسام المطلوبة هي ١٦٠ فداناً و ٩٦ فداناً و ١٤٠ فداناً

المسئلة الثالثة - المطلوب تقسيم ٤٢٣,٥ الى أجزاء مناسبة لعكس المقادير ٢ و ٣ و ٤ و ٥

الحل - عكس هذه المقادير هو $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٣}$ و $\frac{١}{٤}$ و $\frac{١}{٥}$ فنقسم العدد ٤٢٣,٥ الى أجزاء مناسبة لهذه الكسور ولذلك نجنسها فنتيج

$\frac{30}{100}$ و $\frac{20}{100}$ و $\frac{10}{100}$ ثم تقسم العدد ٤٢٣,٥ الى أجزاء مناسبة للبسط
فينتج ١٦٥ و ١١٠ و ٨٢,٥ و ٦٦ وهى الاقسام المناسبة على التوالى
لمعكس المقادير المقروضة

مسائل على التقسيم التناسبي

(٧٩٦) اقسم مبلغ ١٢٦ قرشا بين ثلاثة أشخاص بحيث يكون نصيب الاول
ثلث نصيب الثانى و ضعف نصيب الثالث

(٧٩٧) اقسم ٢٠ فدانا بين شخصين بحيث يكون نصيب الاول $\frac{3}{4}$ نصيب
الثانى

(٧٩٨) أب كافأ ولديه بمبلغ اثنين بنتو ليقسماه بينهما بالنسبة لدرجة كل منهما
فى التعليم وكان درجة الاول ١٧,٥ والثانى ١٤,٥ فما نصيب كل بالقرنك

(٧٩٩) ثلاثة من أرباب المعاشات أخذوا ٢٥٠ فدانا بدلا من معاشهم ليقتسموها
بينهم بالنسبة لمدى خدماتهم وكانت مدد خدمة الاول ٣٢ سنة و ٩ شهور و مدة خدمة
الثانى ٢٦ سنة و ٣ شهور و مدة خدمة الثالث ٢٤ سنة و ٤ شهور فما نصيب كل منهم

(٨٠٠) نجار تعهد بعمل عملية نجارة بأجرة قدرها ٦٥٠ قرشا فاشتغل مدة ١٢ يوما
وكان يشتغل فى اليوم ١١ ساعة وشاركه فى العمل صاانان الاول اشتغل ٩ أيام فى كل يوم
١٠ ساعات والثانى ٨ أيام فى كل يوم ٨ ساعات واتفقوا على أن يقسم المبلغ بينهم بالنسبة
لايام كل منهم و مدة مشغله اليومى ولكن يختص النجار الاول بمبلغ ٧٨ قرشا يأخذ من
المبلغ قبل تقسيمه فما نصيب كل منهم

(٨٠١) سيد أنعم على خادميه بمبلغ ٣٤٣ قرشا وأن يقسم بينهما على عكس
مرتبتهم الشهري وكان مرتب الاول ١٠٠ قرش والثانى ٧٥ فما نصيب كل منهما

(٨٠٢) عم وهب لثلاثة من أولاد أخيه بمبلغ ٤٨٢٨ جنيا ليقتسموه بينهم على
عكس سنهم وكان عمر الاول ٢٨ سنة والثانى ٢٠ سنة والثالث ١٢ سنة فما نصيب
كل منهم

(٨٠٣) قبل لشخص كم مضى من الليل فقال ثلث ماضى يساوى ربع مابقى
فكم مضى وكم بقى (يفرض الليل ١٢ ساعة)

(٨٠٤) المطلوب تقسيم ٦٠٠٠ قرش بين ثلاثة أشخاص بحيث ان الثانى يأخذ
ثلاثة أخماس ماياأخذه الاول وان الثالث يأخذ $\frac{7}{8}$ مجموع ماياأخذه الاول والثانى
(٨٠٥) رجل مدين لثلاثة أشخاص فللأول عنده ١٥٠٠٠ قرش وللثانى ١١٤٠٠ قرش
وللثالث ١٢٠٠٠ قرش ولكنه لا يملك الا ١٥٣٦٠ قرش فما يخص كلا منهم بالنسبة
الى دينه

الشركة

٣٧١ - تعريف - الغرض من قاعدة الشركة تقسيم المكسب
أو الخسارة بين الشركاء

ومن الواضح أن ما يخص كل شريك من المكسب أو الخسارة
يناسب لرأس ماله ولمدة وجود رأس ماله في المشروع
فلها ثلاثة أحوال - الاول أن تكون رؤس الاموال مختلفة مع
تساوى الزمن - الثانى أن تكون رؤس الاموال متساوية والازمنة
مختلفة - الثالث أن تكون رؤس الاموال مختلفة والازمنة كذلك

٣٧٢ - أولا - اذا كانت رؤس الاموال مختلفة والازمنة
متساوية فيقسم مقدار المكسب أو الخسارة الى أجزاء مناسبة لرؤس
الاموال

مسئلة - ثلاثة شركاء ربحوا في تجارة ٦٥٠ جنيها وكان ماوضعه
الاول ١٥٦٠ جنيها وما وضعه الثانى ١٦٤٠ جنيها وما وضعه الثالث
٢٠٠٠ جنيه والمطلوب معرفة ما يخص كل شريك من هذا الربح

فلذلك يقال حيث ان مكسب كل شريك يناسب رأس ماله
(بما أن الزمن متحد) فتقسم مقدار الربح وهو ٦٥٠ جنيها الى أجزاء
مناسبة لرؤس الاموال ١٥٦٠ جنيها و ١٦٤٠ جنيها و ٢٠٠٠ جنيه
فعلى حسب ما تقدم في قاعده القسمة التناسبية نجد أن ما يخص الشريك
الاول ١٩٥ جنيها والثاني ٢٠٥ جنيها والثالث ٢٥٠ جنيها

٣٧٣ - ثانيا - اذا كانت رؤس الاموال متساوية والازمنة
مختلفة فيقسم مقدار المكسب أو الخسارة الى أجزاء مناسبة للازمنة
مسئلة - أربعة شركاء وضع كل واحد منهم ٨٠٠٠ قرش لكن
مبلغ الاول مكث في التجارة ٧ أشهر والثاني ٦ أشهر والثالث ٥ أشهر
والرابع ٣ أشهر واكتسبوا في هذه التجارة ٤٢٠٠ قرش فما مقدار
ما يخص كل واحد منهم

الحل - يقال حيث ان المبالغ متساوية فكسب كل شريك يناسب
مدة وجود مبلغه في التجارة وعلى هذا فيكفي أن نقسم مقدار المكسب
وهو ٤٢٠٠ قرش الى أجزاء مناسبة لعدد الأشهر وهي ٧ و ٦ و ٥ و ٣
وعلى حسب ما تقدم في التقسيم التناسبي نجد أن ما يخص الاول
١٤٠٠ قرش وما يخص الثاني ١٢٠٠ قرش وما يخص الثالث ١٠٠٠ قرش
وما يخص الرابع ٦٠٠ قرش

٣٧٤ - ثالثا - اذا اختلفت رؤس الاموال واختلفت الازمان
فيقسم مقدار المكسب أو الخسارة الى أجزاء مناسبة لحواصل ضرب
رأس مال كل شريك في زمنه (ويراعى توحيد وحدات الازمنة)

مسئلة - ثلاثة اشتركوا في مشروع فوضع الاول ٤٠٠ جنيه
مدة سنة والثاني ٦٠٠ جنيه ومدة ١٠ شهور والثالث ٨٠٠ جنيه مدة
٩ شهور واكتسبوا مبلغ ٢٢٥ جنيه فما الذي يخص كلا منهم

الحل - يقال ان مكسب ٤٠٠ جنيه في مدة سنة يعادل مكسب
مبلغ أكبر منه ١٢ مرة في مدة شهر واحد أي $٤٠٠ \times ١٢ = ٤٨٠٠$
جنيه ومكسب ٦٠٠ جنيه في ١٠ أشهر يعادل مكسب مبلغ أكبر منه
عشر مرات في شهر واحد أي $٦٠٠ \times ١٠ = ٦٠٠٠$ جنيه ومكسب
٨٠٠ جنيه في ٩ أشهر يعادل مكسب مبلغ أكبر منه ٩ مرات في شهر
واحد أي $٨٠٠ \times ٩ = ٧٢٠٠$ جنيه وحيث يمكن أن نعتبر أن
الشريك الاول وضع ٤٨٠٠ جنيه والثاني ٦٠٠٠ جنيه والثالث ٧٢٠٠
جنيه وان كلا منها مكث شهرا واحدا في التجارة فترجع المسئلة الى
الحالة الاولى فنقسم مقدار المكسب وهو ٢٢٥ جنيه الى أجزاء مناسبة
للاعداد ٤٨٠٠ و ٦٠٠٠ و ٧٢٠٠ فنجد أن ما يخص الاول ٦٠ جنيه
والثاني ٧٥ جنيه والثالث ٩٠ جنيه

٣٧٥ - تنبيه - اذا فقدت رؤوس الاموال فلا يزال كل شريك
مسئولا لباقي الشركاء بان يدفع لهم مبلغا أو ياخذ منهم مبلغا ولنوضح ذلك
بمسئلة فنقول

شريكان وضع كل منهما ٤٠٠٠ قرش ومكث مبلغ الاول في التجارة
٦ أشهر ومبلغ الثاني أربعة أشهر ثم فقدت رؤوس الاموال فكيف
يتحاسبون

الحل - يقال حيث ان رأس المال فقد فكأنهم خسروا ٨٠٠٠ قرش
فيقسم هذا المبلغ الى جزأين مناسبتين الى ٦ أشهر و ٤ أشهر (حيث ان
رأس مال كل منهما قدر الآخر)

وعلى حسب قاعدة التقسيم التناسبي يكون

$$\text{ما يخص الاول هو } \frac{6 \times 8000}{10} = 4800$$

$$\text{وما يخص الثاني هو } \frac{4 \times 8000}{10} = 3200$$

وحينئذ فيكون الاول مدينا للثاني في ٨٠٠ قرش

مسائل على الشركة

(٨٠٦) اشترك شخصان في تجارة فوضع الاول ٤٣٥١ فرنكا ووضع الثاني ٦٨٤٩ فرنكا وكان مكسبهما ٢٨٠٠ فرنك فما يخص كل شريك من هذا المكسب

(٨٠٧) ثلاثة شركاء فتح لهم مكسب ١٥٠٠٠ قرش وكان مبلغ الاول مكسب في التجارة ٤ أشهر والثاني ٥ أشهر والثالث ٧ أشهر فما يخص كل شريك من هذا المكسب

(٨٠٨) فتح شخص محلا للتجارة برأس مال قدره ٨٠٠ جنيه وبعد ٤ أشهر شاركه آخر ودفع مبلغ ٦٠٠ جنيه انجليزى وبعد شهرين شاركهما ثالث ووضع مبلغ ١٠٠٠ بتقوى في آخر السنة من افتتاح المحل وجد أن الشركة ربحت ٤٧٢ جنيها و ٧٢٥ ملية فما الذى يخص كل واحد منهم

(٨٠٩) شريكان وضع أحدهما ٣٠٠٠ فرنك لمدة ٦ أشهر ووضع الثاني ٢٥٠٠ شلن مدة ٤ أشهر وربحت الشركة ١٠٠ جنيه فما الذى يخص كلا منهما من هذا المكسب

(٨١٠) اشترك شخصان في تجارة فكان مكسبهما ١٢٠٠٠ فرنك والاول الذى وضع ٨٠٠٠ فرنك خصه من هذا الربح ٥٠٠٠ فرنك فامقدار ما وضعه الشريك الثاني

(٨١١) شريكان يتجهلها مكسب ٥٤٠٠ قرش وكان ماوضعه الاول ٤٣٠٠ قرش ومكسب الشريك الثاني ٢٨٢٠ قرشا فما مكسب الاول وما رأس مال الثاني .

(٨١٢) شريكان نتج لهما من مكسب الشركة ٧٤٤٠ فرنكا وكان رأس مالهما ١٢٠٠٠ فرنكا والمطلوب معرفة ماوضعه كل منهما بفرض أن الثاني أخذ من هذا المكسب أقل من الاول بقدر ١٧٢٦ فرنكا

(٨١٣) رأس مال شريكين ١٣٧٠٠ قرش ومكسبهما ٧٣٩٨ قرشا والمطلوب معرفة مكسب كل منهما بعد معرفة أن ماوضعه الثاني يزيد عما وضعه الاول ٢٩٠٠ قرشا

(٨١٤) تشارك شخصان في تجارة بمبلغين متساويين ومكث مبلغ أحدهما ١٧ شهرا وكان مكسبه ٣٤٠٠ قرش فما الزمن الذي وضع فيه مبلغ الثاني حتى أن مكسبه يبلغ ٢٥٠٠ قرش

(٨١٥) تاجر ابتداء في التجارة برأس مال قدره ١٢٠٠٠ قرش وبعد ٨ أشهر وضع معه شخص مبلغا قدره ٥٠٠٠ قرش وبعد ١٠ أشهر وضع آخر ٣٠٠٠ قرش ثم بعد ٣ أشهر وضع أيضا ٦٠٠ قرشا وكان المكسب الكلي بعد سنتين من ابتداء هذه التجارة ٢١٣٢٩ قرشا والمطلوب معرفة ماينحس كل شريك من المكسب

(٨١٦) اشترك شخصان في شراء منزل بمبلغ ١٢٠٠ جنيها فوضع الاول $\frac{17}{24}$ من ثمنه ووضع الثاني الباقي ثم باعاه بمبلغ أقل من ثمن الشراء بمقدار ٩٦ جنيها فما مقدار خسارة كل منهما

(٨١٧) اشترك أربعة تجار في محل تجارة فوضع الاول ٢٠٠ اردب قمح بسعر الاردي جنيه مصري ووضع الثاني ١٨٠ اردب فول بسعر الاردي ٩٦ قرشا ووضع الثالث ١٦٠ اردب حنظل بسعر الاردي ٦٥ قرشا ووضع الرابع ١٠٠ زنبيل أرز بسعر الزنبيل ٦٠ قرشا ثم بيعت هذه الاصناف بمبلغ ٥٧٤١٤ قرشا فما ينحس كل شريك من المكسب

(٨١٨) ثلاثة شركاء وضع أحدهم ٣٠٠٠ فرنك ووضع الثاني بعد ٧ أشهر ٢٤٠٠ فرنك ووضع الثالث بعد شهر ٢٠٠٠ فرنك ثم بعد ٨ أشهر وبعد أن رؤس أموالهم آلت الى ٤١٠٨٨٠ فرنك فكيف يتحاسبون

(٨١٩) أربعة أخوة شرعوا في عمل عمارة فدفع الاول ثمن الارض ٥٠٠ جنيه ودفع الثاني كلفة البناء ١٧٥٠ جنهما وقام الثالث بكلفة الخبر ٦٠٠ جنيه ودفع الرابع مصاريق الزخرفة ٣٠٠ جنيه ثم أجروا هذه العمارة بمبلغ ٢٠ جنهما كل شهر فامقدار ما يخص كل واحد منهم من دخل سنة

(٨٢٠) تشارك شخصان في شراء بضاعة فكان ربع ما وضعه الاول يعادل ثلث ما وضعه الثاني وربحت البضاعة ٥٢٥ شلنا فما يخص كل واحد منهما من هذا الربح

(٨٢١) تعهد متعهد بتطهير ترعة بمبلغ ٦٥٨ جنهما واشتغل في تطهيرها طائفتان من العملة فالذي يخص كلا منهما اذا كان $\frac{٤}{٥}$ أنفار الطاقة الاولى يعادل $\frac{٣}{٤}$ أنفار الطاقة الثانية ومعلوم أن المتعهد يأخذ لنفسه ١٠٠ جنيه قبل التوزيع

(المتوسط الحسابي).

٣٧٦ - المتوسط الحسابي بين جملة كميات من نوع واحد هو خارج قسمة مجموعها على عددها

مثلا اذا دخل تلميذ في امتحان وحصل على ١٨ درجة في اللغة العربية و ١٧ درجة في علم الحساب و ١٦ درجة في علم الجغرافية و ١٤ درجة في الخط (يفرض ان أعلا درجة في كل علم ٢٠) فيكون متوسط درجاته هو $\frac{١٤+١٦+١٧+١٨}{٤} = \frac{٦٥}{٤} = ١٦ و ٢٥$

٣٧٧ - ويستعمل المتوسط الحسابي في كثير من الاشياء كمعرفة متوسط مواليد أو وفيات مدينة في مدة معينة أو متوسط درجة الحرارة أو البرودة في مدة معينة أو متوسط محصول قطعة أرض محدودة وغير ذلك ولنوضح هذه القاعدة بمسائل فنقول

المسئلة الاولى - اذا كان ثمن الاردب القمح في مصر في زمن المحصول يساوى ١٠٠ قرش وفي أول الشتاء يساوى ١٢٠ قرشا وفي آخر الشتاء يساوى ١٥٥ قرشا فما متوسط ثمن الاردب

الحل - متوسط ثمن الاردب هو $\frac{100+120+150}{3} = \frac{370}{3} = 123\frac{1}{3}$ قرشا

المسئلة الثانية - اذا كان مواليد مدينة في شهر محرم ٢٥ نفسا وفي شهر صفر ٢٠ وفي شهر ربيع الاول ٢٨ وفي شهر ربيع الآخر ٢٣ وفي شهر جمادى الاولى ٢٧ وفي شهر جمادى الثانية ٢١ فما متوسط مواليد هذه المدينة في هذه المدة

الحل - متوسط المواليد في هذه المدة هو $\frac{21+27+23+28+20+25}{6} = \frac{124}{6} = 20\frac{2}{3}$

المسئلة الثالثة - اذا كان محصول فدان قنطارين من القطن سنويا ثم بعمل اصلاح زراعى في الارض أنتج الفدان في السنين التالية ٣ قنطير ثم ٤ ثم ٦ فما متوسط محصول الفدان في السنين الاربع

الحل - متوسط محصول الفدان هو $\frac{3+4+6}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$ قنطير

المسئلة الرابعة - اذا كانت درجة الحرارة في مدينة مدة اسبوع ماخوذة في الساعة التاسعة بالترمو متر المئى هي ٢٠، ٢٢، ١٩، ٢١، ٢٢، ٢٣، ١٩، ٢٠ فما متوسط درجة الحرارة في ذلك الاسبوع

الحل - متوسط درجة الحرارة في ذلك الاسبوع هو $\frac{19+20+22+23+21+19+22+20}{8} = \frac{176}{8} = 22$ درجة

المسئلة الخامسة - تلميذ تانخر عن المدرسة ٥ أيام في شهر شوال
و ٤ أيام في شهر ذى القعدة و ٩ أيام في شهر ذى الحجة فما متوسط غيابه
في هذه الاشهر الثلاثة

الجواب - متوسط غيابه هو $\frac{9+4+5}{3} = 6$ أيام

(مسائل على المتوسط الحسابي)

(٨٢٢) اذا كان ثمن الارنب من القول في أربعة أسواق جهات من مركز واحد
هو ١٥ قرش و ١٢٠ قرشا و ١١٢ قرشا و ١١٧ قرشا فما متوسط ثمن الارنب

(٨٢٣) متوسط سن ٣ أشخاص ٢٨ سنة وسن أكبرهم ٤٠ سنة وسن الاصغر
١٨ سنة فما سن الثالث

(٨٢٤) متوسط الدرجتين اللتين نالهما محمود في امتحان الصرف والنحو هو ١٨
وكانت درجة النحو ٢٠ فما درجة الصرف

(٨٢٥) ما متوسط الحضور والغياب اليومي في مدة أسبوع لتلامذة مدرسة مددهم
٣٠٠ تلميذ ومقدار الغائبين منهم في أيام ذلك الاسبوع على التوالي هو ١٤ و ١٦ و ١٥
و ١٣ و ٨ و ٦

(٨٢٦) منزل أ. ج. يبلغ ٣٥٠ قرشا كل شهر لمدة ٤ أشهر ثم خلا من السكن مدة
١٥ شهر وأجر باقي السنة يبلغ ٣٢٠ قرشا كل شهر فما متوسط ايراده في الشهر مع
للعلم بأنه صرف ٢٥٠ قرشا في اصلاحه في هذه السنة و ٣٥٠ قرشا صرائب البلدية

(٨٢٧) ساع قطع ٥٨ كيلومتري في يوم و ٤٦ كيلومتري في يوم آخر و ٥٠ كيلومتر
في يوم ثالث و ٣٦ كيلومتري في يوم رابع فما متوسط سيره اليومي

(الخلط والمزج)

٣٧٨ - الغرض من قاعدة الخلط والمزج هو إما تعيين الثمن
المتوسط لجملة أشياء مخلوطة أو ممزوجة بعد معرفة مقدار كل نوع وثمنه

وإما تعين النسبة التي يتركب على حسبها مخلوط أو ممزوج من أنواع معلومة الاثمان بحيث يكون الثمن المتوسط للمخلوط معلوما

٣٧٩ - الحالة الاولى - قاعدة لتعين الثمن المتوسط لجملة أشياء مخلوطة أو ممزوجة بعد معرفة مقدار كل منها وثن وحدته يضرب مقدار كل نوع في ثمن وحدته وتجمع حواصل الضرب ويقسم مجموعها على مجموع المقادير المخلوطة أو الممزوجة فان الخارج هو الثمن المتوسط المطلوب ولنوضح ذلك بمسائل فنقول

المسئلة الاولى - تاجر خلط ١١٠ أرداد من القمح الذي ثمن الارذب منه ١٢٠ قرشا مع ٢٠ ثمن أردبا من القمح الذي ثمن الارذب منه ١١٠ قرشا ومع ١٠ أرداد من القمح الذي ثمن الارذب منه ١١٢ قرشا فما ثمن الارذب من المخلوط

الحل - ثمن ١١٠ أرداد بسعر ١٢٠ هو $110 \times 120 = 13200$

و « ٢٠ » « ١١٠ » $20 \times 110 = 2200$

و « ١٠ » « ١١٢ » $10 \times 112 = 1120$

فاذا يكون ثمن مجموع هذه الارادب وهو $16520 = 13200 + 2200 + 1120$

وحينئذ يكون ثمن الارذب الواحد من المخلوط هو $\frac{16520}{140} = 118$

المسئلة الثانية - مزج ٧ لترات من سائل ثمن اللتر منه ١٨ قرشا مع ٦ لترات من سائل آخر ثمن اللتر منه ١٤ قرشا ومع ٣ لترات من سائل ثالث ثمن اللتر منه ١٠ قروش فما ثمن اللتر من هذا المزج

الحل - ثمن ٧ لترات من سائل ثمن اللتر منه ١٨ هو $٧ \times ١٨ = ١٢٦$

و « ٦ » « » « » « ١٤ هو $٦ \times ١٤ = ٨٤$

و « ٣ » « » « » « ١٠ هو $٣ \times ١٠ = ٣٠$

ويكون ثمن مجموع هذه اللترات وهو $٢٤٠ = ١٦$

وحينئذ يكون ثمن اللتر من المزوج $= \frac{٢٤٠}{١٦} = ١٥$ قرشا

المسئلة الثالثة - شخص أضاف ١٢ أقة من الماء على ٦٠ أقة من الخل الذي ثمن الاقة منه ١,٥ قرشا فما ثمن الاقة من المزوج

الحل - يلاحظ أن الماء لا ثمن له وحينئذ يكون ثمن المزوج هو $١,٥ \times ٦٠ = ٩٠$ قرشا وحيث أن وزنه $٦٠ + ١٢$ أى ٧٢ أقة يكون ثمن الاقة هو $\frac{٩٠}{٧٢} = ١,٢٥$ قرشا

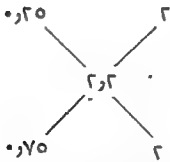
الحالة الثانية وفيها صورتان

٣٨٠ - الصورة الاولى - أن يكون المطلوب تعيين النسبة التي يتركب على حسبها مخلوط أو ممزوج من نوعين بعد معرفة ثمن الوحدة من كل منهما والثن المتوسط فالقاعدة في ذلك أن يطرح الثمن الاقل من الثمن المتوسط فالباقي يدل على مايلزم أخذه من النوع ذى الثمن الاعلى ثم يطرح الثمن المتوسط من الثمن الاعلى والباقي يدل على مايلزم أخذه من النوع ذى الثمن الادنى

تنبيه - الباقيان المذكوران هما حدا النسبة المطلوبة وهى لا تتغير بضرهما في عددًا أو قسمتهما كذلك

ولنضرب لذلك مثلا بحل المسئلة الآتية فنقول

مسئلة - على اى نسبة يتركب مخلوط من نوعين من الدقيق ثمن الاقة من أحدهما قرشان وثمن الاقة من الثانى ثلاثة قروش بشرط أن يكون ثمن الاقة من المخلوط ٢,٢٥



الحل - نطرح الثمن الادنى ٢

من الثمن المتوسط ٢,٢٥ يبقى

٠,٢٥ فنضعه أمام الثمن الاعلى

ثم نطرح الثمن المتوسط ٢,٢٥

من الثمن الاعلى ٣ يبقى ٠,٧٥ فنضعه أمام الثمن الادنى فالعددان ٠,٢٥ و ٠,٧٥ يدلان على مايلزم أخذه من النوعين المذكورين وهما حذبا النسبة التى يتركب على حسبها المخلوط وهذه النسبة لا تتغير اذا ضرب الحدان فى عددما أو قسما على أى عدد وحينئذ فلنا أن نأخذ ٢٥ أقة من الاول و ٧٥ من الثانى أو ٥٠ أقة من الاول و ١٥٠ من الثانى وهكذا

ولتحقيق المسئلة يقال انه اذا بيعت أقة من الدقيق الاول بالثمن

المتوسط كانت الخسارة ٣ - ٢,٢٥ = ٠,٧٥ وخسارة ٠,٢٥

من الاقة هى ٠,٢٥ × ٠,٧٥ = ٠,١٨٧٥ من القرش واذا بيعت أقة

من الدقيق الثانى بالثمن المتوسط كان المكسب ٢,٢٥ - ٢ = ٠,٢٥

ومكسب ٠,٢٥ من الاقة هو ٠,٢٥ × ٠,٧٥ = ٠,١٨٧٥ من القرش

وهو قدر الخسارة التى نشأت من النوع الاول وحينئذ فقد حصل

التعادل

مسئلة - المطلوب تعيين المقادير التي تؤخذ من خمسة أنواع من الزيت ثمن الرطل من النوع الاول ٢٥ مليا ومن الثاني ٢٠ مليا ومن الثالث ١٨ مليا ومن الرابع ١٤ مليا ومن الخامس ١٢ مليا لتركيب مخمّز يكون ثمن الرطل منه ١٧ مليا

الحل - تقارن الثمнин ٢٥ و ١٢
بالتن المتوسط ١٧ ونضع الفرقين
٨ و ٥ أمام الثمنين على التعاكس ثم
تقارن الثمنين ١٨ و ١٤ بالتن المتوسط

١٧ ونضع الفرقين ٣ و ١ أمام الثمنيين على التعاكس ثم نقارن الثمنيين
٢٠ و ١٢ بالثنى المتوسط ١٧ ونضع الفرقين ٥ و ٣ أمام الثمنيين على
التعاكس فالاعداد ٥ و ٥ و ٣ و ١ و (٨ + ٣) أى ١١ تدل على
عدد الارطال التى تؤخذ من الانواع التى وضعت هذه المقادير أمام
أثمانها

وليتنبه الطالب الى أنه يمكن اجراء المقارنة بين هذه الائمان على خلاف هذا الترتيب فيمكن أن يقارن بين ٢٥ و ١٤ وبين ٢٠ و ١٢ ثم بين ١٨ و ١٤ أو بين ١٨ و ١٢ وهكذا

وعلى العموم فالمقادير التي تنتج من المقارنة باى كيفية تعتبر مقادير أساسية لتعين النسب بين الانواع وحينئذ فيصح ضربها في عددا ما أو قسمتها على أى عدد

الطريقة الثانية - نفرض تركيب ممزوجين من الانواع المعلومة أحدهما من الانواع التي ثمن وحداتها فوق الثمن المتوسط والآخر من الانواع التي ثمن وحداتها دون الثمن المتوسط ثم نبحث عن الثمن المتوسط لكل من الممزوجين ونقارن الثمنين المتوسطين المذكورين بالثمن المتوسط الاصلى فينتج مقدار ما يلزم أخذه من كل منهما ثم نقسم كلا من هذين المقدرين الى أقسام متساوية بقدر عدد أنواعه ولنوضح هذه الطريقة بحل المسئلة الآتية

مسئلة - المطلوب تعيين المقادير التي يلزم أخذها من أربعة أنواع من شراب الورد وثمن اللتر من النوع الاول ١٨ قرشا ومن الثانى ١٤ قرشا ومن الثالث ١٠ قروش ومن الرابع ٧ قروش لتركيب ممزوج ثمن اللتر منه ١٢ قرشا

فلذلك يقال اذا مزج لتر مما ثمنه ١٨ قرشا مع لتر مما ثمنه ١٤ قرشا يكون الثمن المتوسط للتر ١٦ قرشا واذا مزج لتر مما ثمنه ١٠ قروش مع لتر مما ثمنه ٧ قروش يكون الثمن المتوسط للتر ٨,٥ قروش ثم بمقارنة

هذين الثمين أى ١٦ و ٨,٥ بالثن المتوسط الاصلى ١٢ نجد أن ما يؤخذ من الاول ٣,٥ لترات وما يؤخذ من الثانى ٤ لترات ثم نقسم ٣,٥ الى أقسام بقدر أنواعه أى ٢ فينتج ١,٧٥ وهو ما يلزم أخذه من كل من النوعين اللذين ثمن كل منهما فوق الثمن المتوسط وكذلك يقسم المقدار الثانى ٤ الى قسمين فينتج لترات وهما مقدار ما يلزم أخذه من كل واحد من النوعين الآخرين

٣٨٢ - تنبيهان (الاول) قد يراد تركيب ممزوج ذى مقدار معين من نوعين أو أنواع معلومة الاثمان بحيث يكون ثمن وحدته معلوما والطريقة فى ذلك أنه بعد ايجاد المقادير التى يتركب على حسبها الممزوج يقسم المقدار المعين الى جزأين أو أجزاء مناسبة لهذه المقادير مثلا اذا أريد أن يكون مقدار الممزوج فى المسئلة السابقة ٦٠ لترا فانه بعد ايجاد المقادير التى يتركب على حسبها الممزوج وهو ١,٧٥ و ١,٧٥ و ٢ و ٢ يقسم ٦٠ لترا الى أجزاء مناسبة لهذه المقادير فينتج أن ما يقابل كلا من الاول والثانى ١٤ لترا وما يقابل كلا مع الثالث والرابع ١٦ لترا

(الثانى) - قد يراد تركيب ممزوج من نوعين معلومى الثمن بحيث أن يدخل فيه مقدار معين من أحدهما ويكون الثمن المتوسط معلوما والطريقة فى ذلك انه بعد تعيين النسبة التى يتركب على حسبها الممزوج تركب مسئلة من القاعدة الثلاثية البسيطة فيها حدا النسبة مقداران متناظران وفيها المقدار المعين والمقدار المراد تقديره من النوع الثانى مقداران متناظران أيضا ولنوضح ذلك بالمسئلة الاتية

مسئلة يراد عمل ممزوج من نوعين من الشراب ثمن اللتر من النوع الاول ١٢ قرشا و ثمن اللتر من الثاني ٥ قروش بحيث يكون ثمن اللتر من الممزوج ١٠ قروش وأن يدخل فيه ١٨ لترا من النوع الاول

الحل - نبحت أولا عن النسبة التي يتركب على حسبها الممزوج فينتج أن حليها ٢,٥ ثم تركب مسئلة القاعدة الثلاثية البسيطة الآتية اذا أريد تركيب ممزوج من نوعين من السائل على نسبة ٥ الى ٢ ووضع في هذا الممزوج ١٨ لترا من الاول فما مقدار ما يوضع فيه من الثاني وبحليها يرى انه يلزم وضع ٧,٢ لترات من الثاني

٣٨٣ - سبك المعادن - قاعدة الخلط والمزج السابقة بانواعها تستعمل في سبك المعادن غير أنه يحل العيار محل الثمن

ولنمثل لذلك بحل المسائل الآتية فنقول

المسئلة الاولى - صائغ سبك قطعتين من الذهب عيار الاولى ٨٧٥,٠ ووزنها ٣٦ قيراطا وعيار الثانية ٧٥٠,٠ ووزنها ١٢ قيراطا فما عيار السبيكة

الحل - الذهب الصافي في الاولى $36 \times 875 = 31500$ قيراطا والذهب الصافي في القطعة الثانية $12 \times 750 = 9000$ قيراطا وحينئذ فمقدار الذهب الصافي في القطعتين هو $31500 + 9000 = 40500$ وبقسمته على مجموع الوزنين ٤٨ ينتج ٨٤٣٧٥,٠ أو ٨٤٤,٠ تقريبا وهو العيار المطلوب

المسئلة الثانية - ما مقدار ما يلزم أخذه من سبيكتين من الفضة عيار الاولى ٨٠٠ ر. وعيار الثانية ٩٠٠ ر. لعمل كيلو جرام من الفضة يكون عياره ٨٧٥ ر.

الحل - نطرح العيار الاقل ٨٠٠ ر. من العيار المتوسط ٨٧٥ ر. ينتج ٧٥ ر. ثم نطرح العيار المتوسط ٨٧٥ ر. من العيار الاعلى ٩٠٠ ر. فيبقى ٢٥ ر. ثم يقسم كيلو جرام أى ١٠٠٠ جرام الى جزأين مناسبين للعددين ٧٥ و ٢٥ ر. فينتج ٧٥٠ جراما وهو ما يؤخذ من السبيكة التى عيارها ٩٠٠ ر. و ٢٥٠ جراما وهو ما يؤخذ من التى عيارها ٨٠٠ ر.

المسئلة الثالثة - ما الذى يلزم اضافته من فضة عيارها ٩٠٠ ر. على ٢٦٠ درهما من فضة عيارها ٧٥٠ ر. بحيث يكون عيار السبيكة ٨٣٥ ر.

الحل - نبحث أولا عن النسبة التى تتركب على حسبها السبيكة فنجد أنها تتركب من ٨٥ ر. من التى عيارها ٩٠٠ ر. ومن ٦٥ ر. من التى عيارها ٧٥٠ ر. ثم يستخرج المقدار المطلوب من الوضع الآتى

$$\left. \begin{array}{l} ٢٦٠ \text{ ر.} \\ \text{س} \end{array} \right\} \text{ومنه ينتج أن مقدار س} = ٣٤٠$$

فالعدد ٣٤٠ درهما يدل على ما يلزم اضافته من الفضة التى عيارها ٩٠٠ ر.

مسائل غلي الخلط والمزج ومبيك المعادن

(٨٢٨) خلط ١٧ رطلا من بن سعر الرطل منه ٤٢٢ قروش مع ٢٥ رطلا من بن
سعر الرطل منه ٦٠٣ قروش فما ثمن الرطل من المخلوط

(٨٢٩) خلط ٩ أقات من شاي ثمن الاقة منه ٦ ف مع ٦ أقات من شاي آخر
ثمن الاقة منه ٧٠٣ ف ومع ٣ أقات من شاي ثالث ثمن الاقة منه ١٢ ف فما ثمن الاقة
من المخلوط

(٨٣٠) مزج ٥ لترات من سائل ثمن اللتر منه ٩٦٠ ف مع ١٥ لترا من سائل
ثمن اللتر منه ٨٠٠ ف ومع ٢٠ لترا من سائل ثالث ثمن اللتر منه ٧٠٠ ف فما ثمن اللتر
من المزج

(٨٣١) خابية تسع ٢٢٨ لترا وضع فيها ٥٥ لترا من خل ثمن اللتر منه ٣٨٠ ف
و ٦٠ لترا من خل آخر ثمن اللتر منه ٣٥٠ ف و ٣٠ لترا من خل ثالث ثمن اللتر منه
٣٢٠ ف و ٤٥ لترا من خل ثمن اللتر منه ٣٠٠ ف ثم كتبت بالماء فما ثمن ديكا لتر من
المزج

(٨٣٢) اذا سبك ١٢ متقلا من الذهب الذي عياره ١٨ مع ١٠ مثاقيل من
ذهب عياره ٢١ ومع ٦ مثاقيل من ذهب عياره ٢٣٥٠ فما يكون عيار السبك
(٨٣٣) بأى نسبة يخلط أرز ثمن الربع منه ١٢ قرشا مع أرز آخر ثمن الربع منه
٨ قروش ليكون ثمن الربع من المخلوط ٩ قروش

(٨٣٤) بأى نسبة يمزج شراب ثمن اللتر منه ٦٥ سنتيما مع شراب آخر ثمن اللتر
منه ٨٥ سنتيما ليكون مزج ثمن اللتر منه ٧٥ سنتيما

(٨٣٥) بأى نسبة يلزم سبك ذهب عياره ٩٠٠ مع نحاس ليكون العيار ٨٢٠

(٨٣٦) مامقدار ما يؤخذ من كلا نوعين من الشاي ثمن الكيلوجرام من الاول
٨٠٠ ف ومن الثاني ٦ ف للحصول على ٤٥ هكتوجرام من مخلوطهما يكون ثمن
الكيلوجرام منه ٥ ف

(٨٣٧) شخص عند فوطان من شراب الرمان ثمن المتر من أحدهما ٣٥٤٥ ف
وثن المتر من الآخر ٣٦٠ ف ويراد أن يكون من مزوجهما ٦٦ لثرا ثمنها ٢٣١ ف ف
مقدار ما يؤخذ من كل نوع

(٨٣٨) كم كيلوجراما تؤخذ من النحاس ومن الحارصين لسبك ١٢ كيلوجرام
من النحاس الأصفر بعد معرفة أن النحاس الأصفر يتركب من ٧٥ جزءاً من النحاس
و ٢٥ جزءاً من الحارصين

(٨٣٩) كم أردبا من القمح الذي ثمنه ١١٠ قرش يضاف على ٢٥ أردبا
من قمح ثمنه ١٣٣ قرشا ليكون ثمن الإردب من المخلوط ١٢٥ قرشا

(٨٤٠) ما مقدار ما يلزم إضافته من شراب ثمن المتر منه ٧٥ سنتيما إلى ٢٤٠ لثرا
من شراب آخر سعر المتر منه ٨٤ سنتيما ليكون شراب سعر المتر منه ٨٠ سنتيما

(٨٤١) كم مثقالا من الذهب الخالص يضاف على قطعة ذهب عيارها ١٨ ووزنها
١٠ مثاقيل حتى يكون عيار السبيكة ٢١

(٨٤٢) تاجر يريد أن يكون مخلوطا من القمح مقداره ١٢٦ أردبا من ثلاثة
أنواع ثمن الإردب من أحدها ١٣٠ قرشا ومن الثاني ١٢٠ قرشا ومن الثالث ١١٢ قرشا
بحيث يكون ثمن الإردب من المخلوط ١٢٥ قرشا

(٨٤٣) المطلوب ملء زجاجة تسع لثرا من أربعة أنواع من السائل ثمن المتر من
الأول ٥ ف ومن الثاني ٤ ف ومن الثالث ٣٥ ف ومن الرابع ٢٥ ف بحيث يكون
ثمنها ٣ فرنكات فما مقدار ما يؤخذ من كل نوع

(٨٤٤) المطلوب عمل سبيكة يكون وزنها ٤٠٠ درهم وعيارها ٨٠٠ من أربع
سبائك عيار أحدها ٩٠٠ والثانية ٨٨٠ والثالثة ٧١٠ والرابعة ٦٧٠ فما مقدار
ما يؤخذ من كل سبيكة

(٨٤٥) ما مقدار ما يلزم إضافته من الماء الذي بلغت درجة حرارته ١٠٠ من
الترموتر المثبت إلى ٢٣٠٠ لتر من الماء الذي درجة حرارته ١٢ لترى الماء في درجة ٣١

المتواليات العددية

٣٨٤ - المتوالية العددية هي جملة أعداد متتالية يزيد او ينقص كل منها عن سابقه بعدد ثابت يسمى أساس المتوالية.
إذا كانت الاعداد المركبة منها المتوالية آخذة في الزيادة تسمى متوالية تصاعدية وإذا كانت آخذة في النقص تسمى متوالية تنازلية
فالأعداد ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ يتركب منها متوالية عددية تكتب هكذا

÷ ٣ ٥ ٧ ٩ ١١ وتسمى متوالية عددية تصاعدية
أو تكتب هكذا

÷ ١١ ٩ ٧ ٥ ٣ وتسمى متوالية عددية تنازلية
وتقرأ الاولى نسبة ٣ الى ٥ كنسبة ٥ الى ٧ كنسبة ٧ الى ٩
كنسبة ٩ الى ١١
وتقرأ الثانية نسبة ١١ الى ٩ كنسبة ٩ الى ٧ كنسبة ٧ الى ٥
كنسبة ٥ الى ٣

وكل عدد منها يسمى حدا والفرق بين أى حدين متتالين مثل
٥ و ٧ وهو ٢ يسمى أساس المتوالية

٣٨٥ - يؤخذ من تعريف المتوالية العددية ان كانت تصاعدية
أن أى حد منها يساوى الحد الذى قبله زائد الاساس وان كانت
تنازلية أن أى حد منها يساوى الحد الذى قبله ناقصا الاساس

٠ فاولا - في المتوالية $\div 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11$ يكون

$$2 + 3 = 5$$

$$2 \times 2 + 3 = 2 + 2 + 3 = 2 + 5 = 7 \text{ و}$$

$$3 \times 2 + 3 = 2 + 2 \times 2 + 3 = 2 + 7 = 9 \text{ و}$$

$$4 \times 2 + 3 = 2 + 3 \times 2 + 3 = 2 + 9 = 11 \text{ و}$$

ومن هنا ينتج أن كل حد من المتوالية العددية التصاعدية يساوى الحد الاول زائدا حاصل ضرب الاساس في عدد الحدود التي قبل ذلك الحد

٠ وثانيا - في المتوالية التنازلية $\div 11 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$ يكون

$$2 - 21 = 9$$

$$2 \times 2 - 11 = 2 - 2 - 11 = 2 - 9 = 7 \text{ و}$$

$$3 \times 2 - 11 = 2 - 2 \times 2 - 11 = 2 - 7 = 5 \text{ و}$$

$$4 \times 2 - 11 = 2 - 3 \times 2 - 11 = 2 - 5 = 3 \text{ و}$$

ومن هنا ينتج أن كل حد من المتوالية العددية التنازلية يساوى الحد الاول ناقصا حاصل ضرب الاساس في عدد الحدود التي قبل ذلك الحد

٣٨٦ - تنبيه (١) ما تقدم ذكره بخصوص مقدار أى حد من المتوالية التصاعدية أو التنازلية يمكن تطبيقه على الحد الاخير غير أنه لما كانت الحدود التي قبله عبارة عن جميع حدود المتوالية ما عداه يقال

الحد الاخير من المتوالية العددية يساوى الحد الاول مضافا اليه
أو مطروحا منه حاصل ضرب الاساس في عدد حدود المتوالية ناقصا
واحدا

واذا رمز للحد الاول بحرف a وللآخر بحرف l وللأساس بحرف
 s ولعدد حدود المتوالية بحرف n يكون

$$1 \quad \text{في المتوالية التصاعديه ل} = a + s (n - 1)$$

$$2 \quad \text{وفي المتوالية التنازلية ل} = a - s (n - 1)$$

٣٨٧ - تنبيه (٢) من المتساوية الاولى يمكن استخراج الاساس

اذا بطرح الحد الاول a من طرفها يحدث

$$l - a = s (n - 1)$$

ثم بقسمة طرفي هذه المتساوية على $n - 1$ يحدث

$$s = \frac{l - a}{n - 1}$$

أعني أن الاساس يساوى الفرق بين الطرفين مقسوما على عدد
الحدود ناقصا واحدا

٣٨٨ - ادخال الاوساط بين عددين معلومين - ادخال الاوساط

بين عددين معلومين هو عبارة عن تكوين متوالية عددية يكون العددان
المعلومان طرفين لها والاوساط المطلوبة حدودا متوسطة فاذا أريد
ادخال خمسة أوساط بين العددين ٣ و ٢٧ لزم استخراج الاساس
ولذلك يقال اذا اعتبرنا أن المتوالية تصاعدية يكون ٣ هو الحد الاول

و ٢٧ هو الحد الاخير و بناء على ماتقدم بتمرة ٣٩٦ يكون الاساس يساوى الفرق بين الحد الاخير والاوّل مقسوما على عدد الحدود ناقصا واحدا (وعدد الحدود ناقصا واحدا هو عبارة عن عدد الاوساط زائدا واحدا) فاذا رمز له بحرف سـ يحدث سـ = $\frac{24}{1} = \frac{2-27}{1+0} = 4$ وحينئذ يمكن تركيب المتوالية هكذا

$$27 \cdot 23 \cdot 19 \cdot 15 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 3 \div$$

٣٨٩ - يمكن ادخال اوساط متحدة العدد بين كل حدّين متتاليين من متوالية عددية و يتركب من الجميع متوالية عددية اساسها يساوى اساس المتوالية الاصلية مقسوما على عدد الاوساط التي ادخلت بين كل حدّين زائدا واحدا

فاذا اريد ادخال أربعة اوساط بين كل حدّين متتاليين من المتوالية $3 \div 13 \cdot 23 \cdot 33 \cdot 43 \div$

يعتبر أن كل حدّين متتاليين هما طرفا متوالية جزئية وتكون اساسات المتواليات الجزئية هي

$$\frac{23-43}{1+4} \text{ و } \frac{23-33}{1+4} \text{ و } \frac{13-23}{1+4} \text{ و } \frac{3-13}{1+4}$$

وهذه الاساسات كلها متساوية اذ مقاماتها متساوية (كل مقام هو عدد الاوساط المراد ادخالها بين كل حدّين زائدا واحدا) وبسوطها متساوية (كل بسط هو الفرق بين حدّين متتاليين من المتوالية الاصلية أى اساسها) وبحساب كل منها نجد أنه يساوى ٢ وبواسطته تتكوّن اربع متواليات جزئية وحيث كان الحد الاخير من المتواليات الجزئية

الاولى هو الحد الاول من الثانية والحد الاخير من الثانية هو الاول من الثالثة وهكذا يمكن وصل هذه المتواليات ببعضها وينتج منها متوالية واحدة وهى .

$3 \div 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 21 \cdot 23$
 $20 \cdot 27 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 33 \cdot 35 \cdot 37 \cdot 39 \cdot 41 \cdot 43$
 التى أساسها ٢ وهو مساو لخارج قسمة أساس المتوالية المفروضة ١٠ على عدد الاوساط التى أدخلت بين كل حدين

٣٩٠ - مجموع كل حدين متحدى الرتبة من الطرفين يساوى مجموع الطرفين

فى المتوالية $5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20 \cdot 23$ مجموع الحدين ١١ و ١٧ (اللذين كل منهما هو الثالث بالنسبة لطرف) يساوى مجموع الطرفين ٥ و ٢٣

وذلك لانه حيث كان ١١ هو الحد الثالث من المتوالية يكون بناء على ما تقدم بتمرة (٣٩٥) $11 = 5 + 2 \times 3$ (١)

والحد ١٧ يمكن اعتباره حدًا ثالثًا من متوالية تنازلية حدها الاول ٢٣ وأساسها ٣ ويكون $17 = 23 - 3 \times 3$ (٢) وبجمع المتساويتين (١) و (٢) ينتج $11 + 17 = 5 + 2 \times 3 + 23 - 3 \times 3$
 $3 \times 2 = 17 + 11$ أو $3 \times 2 = 17 + 11$

تنبيهه بالقياس على ما تقدم يسهل بيان مساواة الحد المتوسط (فى المتوالية التى عدد حدودها فردى) لنصف مجموع الطرفين

٣٩١ - مجموع حدود المتوالية العددية يساوى مجموع طرفيها مضروباً فى نصف عدد الحدود

مثلا في المتوالية $\div 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20$ اذا رمز
لمجموع حدودها بحرف ع يكون $ع = (20 + 5) \times \frac{7}{2}$ وذلك
لانه لما كان ع رمزا لمجموع الحدود يكون

$$ع = 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 \quad (1)$$

واذا عكس وضع هذه المتوالية تحدث المتوالية التنازلية

$$\div 20 \cdot 17 \cdot 14 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 5$$

التي حدودها عين حدود الاولى ويكون ضرورة مجموع حدودها
هو نفس مجموع حدود الاولى أى

$$ع = 20 + 17 + 14 + 11 + 8 + 5 \quad (2)$$

ثم اذا جمعنا متساويتى (1) و (2) يحدث 2

$$\begin{aligned} & ع = (20 + 5) + (17 + 8) + (14 + 11) + \\ & (11 + 14) + (8 + 17) + (5 + 20) \text{ وحيث ان هذه} \\ & \text{المجموعات الجزئية متساوية لان كلا منها يساوى مجموع الطرفين} \\ & \text{(كافى نمرة ٤٠٠)} \text{ يؤخذ أحدها ويضرب فى عددها ويكون } 2 ع = \\ & (20 + 5) \times 6 \text{ وبقسمة طرفى هذه المتساوية على 2 يحدث} \\ & ع = \frac{6 \times (20 + 5)}{2} \text{ أو } ع = \frac{7}{2} \times (20 + 5) \text{ وهو المطلوب} \end{aligned}$$

مسائل على المتواليات العددية

(٨٤٦) مامقدار الحد الثالث والخمسين من متوالية عددية تنازلية حدها الاول
٢٧ وأساسها نصف

(٨٤٧) مأساس متوالية عديدة حدها الاول واحد والاخير ٢٧ وعدد حدودها ١٤

(٨٤٨) مجموع الاعداد الصحيحة من واحد الى الف

(٨٤٩) مجموع الستين حد الاول من متوالية عديدة حدها الاول ٥ واساسها اثنين

(٨٥٠) كم عدد حدود المتوالية التي مجموع حدودها ٣١٥ وحدها الاول ٧ والاخير ٣٥

(٨٥١) خيول مختلفة الاثمان ثمن كل حصان يزيد عن الاقل منه ثمنا بمقدار ٣٣٠ وأقل الاثمان ٧٥٠ قرشا فما ثمن الحصان الخامس عشر

(٨٥٢) خادم ابتداء في الخدمة بمرتب سنوي قدره ١٩٢ قرشا ولا مائته واجتهاده كان يكافأ كل سنة بزيادة راتبه بمقدار ثابت وبعد ١٧ سنة وجد أن مأخذه في هذه المدة ٦٥٢٨ قرشا المطلوب معرفة ماوصل اليه مرتبه في السنة السابعة عشرة ومقدار مكافأته في كل سنة

(٨٥٣) ساعة تدق الساعات والانصاف فما عدد دقائقها في ٢٤ ساعة

(٨٥٤) فرقة من الفعلة اتفقت مع شخص على حفر بئر بأجرة الذراع الاول في العمق ١٠ فروس وان تراد أجرة كل ذراع عن سابقه بمقدار خمسة فروس فما مقدار ما يستحقه اذا بلغ عمق البئر ١٤ ذراعا

(٨٥٥) فرض طريق برمل وكان محل الرمل متباهدا من أول الطريق بمقدار ٢٠ مترا والعامل المكلف بالنقل كان يضع كل نقلة في أول كل ثلاثة أمتار من الطريق وكان ماقطعه في نهايه آخر نقلة هو ٩٢ مترا والمطلوب أولا معرفة عدد النقلات ثانيا طول الطريق ثالثا ماقطعه العامل في الذهاب والاياب مبتدئا من محل الرمل رابعا الزمن الذي استغرقه في ذلك مع مراعاة أنه يمشي ٥٠ مترا في الدقيقة وأنه يحتاج الى ٥ دقائق في رفع الرمل وتفريغه في كل مرة

المتواليات الهندسية

٣٩٢ - المتوالية الهندسية هي جملة أعداد متتالية اذا قسم
اي عدد منها على الذى قبله يكون الخارج عددا ثابتا يسمى الاساس
اذا كان الاساس أكبر من الواحد تسمى المتوالية تصاعدية واذا
كان أصغر من الواحد فالمتوالية تنازلية

مثلا الاعداد ٤ و ١٢ و ٣٦ و ١٠٨ و ٣٢٤ يتركب منها متوالية
تكتب هكذا

٤ : ١٢ : ٣٦ : ١٠٨ : ٣٢٤ وتسمى متوالية تصاعدية
واذا كتبت هكذا ٣٢٤ : ١٠٨ : ٣٦ : ١٢ : ٤ تسمى
متوالية تنازلية

وتقرأ الاولى نسبة ٤ الى ١٢ كنسبة ١٢ الى ٣٦ كنسبة ٣٦ الى ١٠٨
كنسبة ١٠٨ الى ٣٢٤

وتقرأ الثانية نسبة ٣٢٤ الى ١٠٨ كنسبة ١٠٨ الى ٣٦ وهكذا
وكل عدد منها يسمى حدا وخارج قسمة أى حد مثل ١٠٨ من
الاولى على سابقه ٣٦ يساوى ٣ ويسمى أساسها وخارج قسمة أى
حد مثل ١٠٨ من الثانية على سابقه ٣٢٤ يساوى $\frac{1}{3}$ ويسمى أساسها
٣٩٣ - يؤخذ من تعريف المتوالية الهندسية أن أى حد منها
يساوى الحد الذى قبله مضروبا فى الاساس

ففى المتوالية ٣ : ٦ : ١٢ : ٢٤ : ٤٨ : ٩٦ التى أساسها ٢
يكون

$$2 \times 3 = 6$$

$$2^2 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 = 2 \times 6 = 12$$

$$2^3 \times 3 = 2 \times 2^2 \times 3 = 2 \times 12 = 24$$

$$2^4 \times 3 = 2 \times 2^3 \times 3 = 2 \times 24 = 48$$

$$2^5 \times 3 = 2 \times 2^4 \times 3 = 2 \times 48 = 96$$

ومن هنا ينتج أن كل حد من حدود المتوالية الهندسية يساوى حاصل ضرب الحد الاول في الاساس مرفوعا الى قوة بقدر عدد الحدود التي قبل ذلك الحد

٣٩٤ - تنبيه (١) ماتقدم ذكره بخصوص مقدار أى حد من حدود المتوالية الهندسية يمكن تطبيقه على الحد الاخير غير انه لما كانت الحدود التي قبله عبارة عن جميع حدود المتوالية ماعداه يقال الحد الاخير من المتوالية الهندسية يساوى حاصل ضرب حدها الاول في الاساس مرفوعا الى درجة بقدر عدد حدود المتوالية ناقصا واحدا

واذا رمز للحد الاخير بحرف ل وللاول بحرف ا ولل اساس بحرف س ولعدد الحدود بحرف د فيكون $ل = ا \times س^{د-١}$

٣٩٥ - تنبيه (٢) يمكن استخراج مقدار الاساس من قانون الحد الاخير اذ بقسمة طرفي المتساوية على ا يحدث $\frac{ل}{ا} = س^{د-١}$ ثم اذا أخذ جذر الطرفين بدرجة بقدر د - ١ يكون $س = \sqrt[d-1]{\frac{ل}{ا}}$

فإذا كان دليل الجذر $\div - 1 = 2$ أو 3 أمكن بالسهولة استخراج مقدار \div باخذ الجذر التربيعي أو التكعيبي لخارج قسمة \div على 1

وإذا كان دليل الجذر \div أمكن إيجاد مقدار \div باستخراج الجذر التربيعي للخارج المذكور ثم إيجاد الجذر التربيعي لنتائج الجذر وإذا كان دليل الجذر \div فانه يؤخذ الجذر التربيعي للخارج المذكور ثم الجذر التكعيبي للنتائج وعموما متى كان دليل الجذر مساويا لحاصل ضرب جملة أعداد لا تخرج عن 2 أو 3 أو هما معا سواء كانا مكررين أو غير مكررين فانه تؤخذ الجذور التربيعية على التوالي لخارج قسمة \div على 1 وللنواتج مرارا بقدر دخول 2 في الدليل المذكور ثم تؤخذ الجذور التكعيبية للنتائج وللنواتج التي تظهر على التوالي مرارا بقدر دخول عدد 3 في دليل الجذر

وأما إذا كان $\div - 1$ يساوى 5 أو 7 أو 11 وهكذا من الأعداد التي لا يمكن أن تكون حاصلة من ضرب 2 و 3 فانه لا يمكن إيجاد الجذر بالطرق السابقة واليك طريقة أخرى لإيجاده أحيانا وهي بعد قسمة الحد الأخير على الأول حل خارج القسمة الى عوامله الأولية ثم خذ العوامل الناتجة من التحليل وضع لكل منها أسا يساوى خارج قسمة أسد على درجة الجذر ان أمكن

ولنوضح ذلك بامثلة فنقول

المثال الاول - المطلوب إيجاد أساس المتوالية الهندسية التي حدها الاول 2 والاخير 72 وعدد حدودها 3

$$\sqrt[6]{36} = \sqrt[6]{\frac{72}{2}} = \sqrt[6]{72} = \sqrt[6]{\frac{72}{2}} = \sqrt[6]{36}$$

المثال الثاني - المطلوب إيجاد أساس المتوالية الهندسية التي حدها الأول ٢ والاخير ٤٣٢ وعدد حدودها ٤

$$\sqrt[6]{316} = \sqrt[6]{\frac{432}{2}} = \sqrt[6]{432} = \sqrt[6]{\frac{432}{2}} = \sqrt[6]{316}$$

المثال الثالث - المطلوب إيجاد أساس المتوالية الهندسية التي حدها الأول ٢ والاخير ٢٥٩٢ وعدد حدودها ٥

$$\sqrt[6]{1296} = \sqrt[6]{\frac{2592}{2}} = \sqrt[6]{2592} = \sqrt[6]{\frac{2592}{2}} = \sqrt[6]{1296}$$

ولايجاد الجذر الرابع للعدد ١٢٩٦ يؤخذ جذره التربيعي فينتج ٣٦ ثم يؤخذ جذر ٣٦ فينتج ٦ وهو الأساس المطلوب

المثال الرابع - المطلوب إيجاد أساس المتوالية الهندسية التي حدها الأول ٢ والاخير ٩٣٣١٢ وعدد حدودها ٧

$$\sqrt[6]{46656} = \sqrt[6]{\frac{93312}{2}} = \sqrt[6]{93312} = \sqrt[6]{\frac{93312}{2}} = \sqrt[6]{46656}$$

ولايجاد الجذر السادس يؤخذ الجذر التربيعي للعدد ٤٦٦٥٦ فينتج ٢١٦ ثم يؤخذ الجذر التكعيبي للعدد ٢١٦ فينتج ٦ وهو الأساس المطلوب

المثال الخامس المطلوب إيجاد أساس المتوالية الهندسية التي حدها الأول ٢ والاخير ١٥٥٥٢ وعدد حدودها ٦

$$\sqrt[6]{7776} = \sqrt[6]{\frac{10002}{2}} = \sqrt[6]{10002} = \sqrt[6]{\frac{10002}{2}} = \sqrt[6]{7776}$$

وحيث ان درجة الجذر هنا ٥ ليست ٢ ولا ٣ ولا يمكن تجليلها الى عوامل تكون ٣,٢ فنحلل العدد ٧٧٧٦ الى عوامله الاولى فنجد أنه يساوى ٢×٣^٥ وحينئذ يؤخذ ٢×٣ ويوضع على كل منها أس = خارج قسمة ٥ (وهو أسه الناتج من التحليل) على دليل الجذر ٥ فينتج ١ فيكون الاساس المطلوب هو ٢×٣ أى ٦

وليتنبه الطالب الى أنه اذا لم يمكن قسمة أس عوامل التحليل على درجة الجذر كانت المسألة غير ممكنة ولكن سيأتى لاستخراج الجذور التى تكون من هذا القبيل طريقة أخرى نذكرها فيما بعد ان شاء الله تعالى

٣٩٦ - ادخال الاوساط الهندسية بين عددين معلومين -
ادخال الاوساط الهندسية بين عددين معلومين هو عبارة عن تكوين متوالية هندسية يكون العدان المعلومان طرفين لها والأوساط المطلوبة جدودا متوسطة

فاذا أريد ادخال ثلاثة أوساط هندسية بين العددين ٣ و ٤٨ لزم استخراج الأساس ولذلك يقال اذا اعتبرنا أن المتوالية تصاعدية يكون ٣ هو الحد الأول و ٤٨ هو الحد الأخير وبناء على ما تقدم بالتمرة السابقة يكون الأساس يساوى خارج قسمة الحد الأخير على الأول ماخوذا جذره بدرجة تساوى عدد حدود المتوالية ناقصا واحدا وعدد الحدود ناقصا واحدا هو عبارة عن عدد الأوساط المراد ادخلها زائما واحدا فاذا رمز للاساس بحرف س يحدث

$$س = \sqrt[٤]{\frac{٤٨}{٣}} = \sqrt[٤]{١٦} = \sqrt[٤]{٤} = ٢$$

وحينئذ يمكن تركيب المتوالية هكذا

$$\ddot{3} : ٦ : ١٢ : ٢٤ : ٤٨$$

٣٩٧ - يمكن ادخال أوساط هندسية متحدة العدد بين كل حدّين متتاليين من متوالية هندسية وتركب من الجميع متوالية هندسية أساسها يساوى أساس المتوالية الاصلية ماخوذا جذره بدرجة تساوى عدد الأوساط المراد ادخالها بين كل حدّين زائدا واحدا

فاذا أريد ادخال وسطين هندسيين بين كل حدّين متتاليين من المتوالية الهندسية $\ddot{3} : ٦ : ١٢ : ٢٤ : ٤٨ : ٩٦ : ١٩٢ : ٣٨٤ : ٧٦٨ : ١٥٣٦$

نعتبر أن كل حدّين متتاليين عبارة عن طرفي متوالية هندسية وبناء على ما تقدم في الفقرة السابقة تكون أساسات هذه المتواليات هي

$$\sqrt[٣]{\frac{١٥٣٦}{١٩٢}} \text{ و } \sqrt[٣]{\frac{١٩٢}{٢٤}} \text{ و } \sqrt[٣]{\frac{٢٤}{٣}}$$

وحيث ان كلا من $\frac{١٥٣٦}{١٩٢}$ و $\frac{١٩٢}{٢٤}$ و $\frac{٢٤}{٣}$ يدل على أساس المتوالية المقروضة وقد أخذت جذورها بدرجة واحدة فتكون متساوية وبحساب كل منها نجد أنه يساوى ٢ وبواسطته تتركب ثلاث متواليات جبرئية وحيث كان الحد الاخير من الاولى عين الحد الاول من الثانية والاخير منها عين الاول من الثالثة فيمكن وصل هذه المتواليات ببعضها وتنتج المتوالية

$\ddot{3} : ٦ : ١٢ : ٢٤ : ٤٨ : ٩٦ : ١٩٢ : ٣٨٤ : ٧٦٨ : ١٥٣٦$
التي أساسها ٢ وهو ناتج من أخذ جذر أساس المتوالية الاصلية بدرجة مساوية لعدد الأوساط الداخلة بين كل حدّين زائدا واحدا

٣٩٨ - لايجاد مجموع حدود متوالية هندسية تصاعدية يضرب الحد الاخير في الاساس ويطرح من الحاصل الحد الاول ثم يقسم الباقي على الاساس ناقصا واحدا

مثلا - في المتوالية $2 : 6 : 18 : 54 : 162 : 486$ التي أساسها ٣

إذا رمز لمجموع الحدود بحرف ع يكون

$$E = \frac{2-3 \times 486}{1-3}$$

وذلك لأنه لما كان ع رمزا لمجموع الحدود يكون

$$(1) \quad 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = E$$

وإذا ضرب طرفا هذه المتساوية في الاساس ٣ ولوحظ أن حاصل ضرب كل حد في الاساس ينتج الحد التالي له يكون

$$(2) \quad 3 \times 2 + 3 \times 6 + 3 \times 18 + 3 \times 54 + 3 \times 162 + 3 \times 486 = E - 2$$

ويطرح متساوية (١) من متساوية (٢) يحدث

$$E - E - 2 = 3 \times 2 + 3 \times 6 + 3 \times 18 + 3 \times 54 + 3 \times 162 + 3 \times 486$$

$$- 2 = 3 \times 2 + 3 \times 6 + 3 \times 18 + 3 \times 54 + 3 \times 162 + 3 \times 486$$

$$(3 - 1) E = 3 \times 2 + 3 \times 6 + 3 \times 18 + 3 \times 54 + 3 \times 162 + 3 \times 486$$

$$\text{على } 3 - 1 \text{ يحدث}$$

$$E = \frac{3-3 \times 486}{1-3} \text{ وهو المطلوب}$$

أعني أن مجموع حدود المتوالية المفروضة هو ٧٢٨

٣٩٩ - لايجاد مجموع حدود متوالية هندسية تنازلية يضرب الحد الاخير في الاساس ويطرح الحاصل من الحد الاول ويقسم الباقي على الفرق بين الواحد والاساس

مثلا - في المتوالية $486 : 162 : 54 : 18 : 6 : 2$ التي أساسها $\frac{1}{3}$ اذا رمز لمجموع الحدود بحرف ع يكون

$$\frac{\frac{1}{3} \times 2 - 486}{\frac{1}{3} - 1} = ع$$

وذلك لانه لما كان ع رمزا لمجموع الحدود يكون

$$(1) \quad 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = ع$$

واذا ضرب طرفا هذه المتساوية في الاساس $\frac{1}{3}$ ولو حظ أن حاصل ضرب كل حد في الاساس ينتج الحد التالي له يكون

$$(2) \quad \frac{1}{3} \times 2 + 2 + 6 + 18 + 54 + 162 = ع \frac{1}{3}$$

وبطرح متساوية (2) من متساوية (1) يحدث

$$2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = ع \frac{1}{3} - ع$$

$$- 162 - 54 - 18 - 6 - 2 - 2 \times \frac{1}{3} \text{ وبالاختصار يحدث}$$

$$(1 - ع \frac{1}{3}) = 486 - 2 \times \frac{1}{3} \text{ واذا قسم طرفا هذه المتساوية على } 1 - \frac{1}{3} \text{ ينتج}$$

$$\frac{\frac{1}{3} \times 2 - 486}{\frac{1}{3} - 1} = ع \text{ وهو المطلوب}$$

أعني أن مجموع حدود المتوالية المفروضة هو ٧٢٨

مسائل على المتواليات الهندسية

- (٨٥٦) مامقدار الحد الخامس من متوالية هندسية حدها الاول ٥ وأساسها ٣
- (٨٥٧) مامقدار الحد الرابع من متوالية هندسية حدها الاول ٦٢٥ وأساسها $\frac{1}{5}$
- (٨٥٨) مامجموع القوى المتتالية لعدد ٣ من القوة الثلاثة الى السادسة
- (٨٥٩) مأساس المتوالية الهندسية التي حدها الاول ٣ والانحر ٧٦٨ وعدد حدودها خمسة
- (٨٦٠) المطلوب ادخال أربعة أوساط هندسية بين العددين ١٤٥٨ و ٦
- (٨٦١) بأى مقدار ينقص مجموع الاثنى عشر حدا الاول من المتوالية
- $$\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \dots : \text{عن الواحد}$$
- (٨٦٢) مامجموع حدود متوالية هندسية حدها الاول ٣٦٤٥ وأساسها $\frac{1}{3}$ وعدد حدودها سبعة
- (٨٦٣) بائع كتب رتب كتبه الى درجات وجعل ثمن الكتاب من كل درجة ضعف ما قبلها وأقل الانواع ثمنه ٥ ملأيمت فما ثمن كتابين من النوع السادس وأربع كتب من النوع الخامس
- (٨٦٤) تاجر ابتداء في التجارة برأس مال قدره ٧٥٠٠٠ قرش وكان رأس ماله يزيد في آخر كل سنة بمقدار $\frac{1}{10}$ ما يكون في أول السنة فما مقدار رأس المال بعد ٥ عشر سنين
- (٨٦٥) شخص يقبل أن يبيع منزله المشيد بمبلغ ١٢٥ قرش وبشروط على المشتري أن يدفع زيادة على ذلك ملأيمًا واحد في أول يوم من الشهر وملأيمين في ثاني يوم وأربع ملأيمات في اليوم الثالث وهكذا بالتضعيف الى آخر الشهر فما المني يدفعه المشتري لو قبل ذلك

اللوغاريتمات

٤٠٠ - إذا اعتبرنا متواليتين احدهما هندسية مبدوءة بالواحد والآخرى عددية مبدوءة بالصفر فيكون كل حد من حدود المتوالية العددية لوغاريتمًا للحد المقابل له من المتوالية الهندسية فاذا كانت المتوالتان الموافقتان لهذه الشروط هما

$$\ddot{\vdots} 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 \text{ أعداد}$$

$$\div 0.501257 : 0.503783 : 0.507558 : 0.512685 : 0.519372 : 0.527792 : 0.538031 \text{ لوغاريتمات}$$

كانت حدود المتوالية العددية لوغاريتمات للحدود المقابلة لها من المتوالية الهندسية أعني أن لوغاريتم واحد هو صفر ولوغاريتم ٣ هو ٠.٥ ولوغاريتم ٩ هو ١ وهكذا واجتماع هاتين المتواليتين يتركب منه الجملة اللوغاريتمية

تنبيه - يشترط أن يكون أساس المتوالية الهندسية أكبر من الواحد

٤٠١ - إذا فرضنا متواليتين أخريين بحيث تكون الهندسية تصاعدية ومبتدأة بالواحد والعددية مبتدأة بصفر ينتج من اجتماعهما جملة لوغاريتمية أخرى ثم إذا فرضنا متواليتين جديدتين بالشروط المذكورة تنتج جملة لوغاريتمية ثالثة وهكذا فيؤخذ مما ذكر أنه لاخصر للجمال اللوغاريتمية

٤٠٣ - أساس الجملة اللوغاريتمية هو الحد الذي لوغاريتمه الواحد
فى المتواليتين السابقتين بنمرة ٤٠١ أساس الجملة اللوغاريتمية هو ٩
٤٠٣ - يمكن وضع المتواليتين السابقتين المكونتين للجملة
اللوغاريتمية بالصورة الآتية

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & : & 3 & : & 3^2 & : & 3^3 \\ \div & & \div & & \div & & \div \end{array}$$

ويشاهد أن حدود المتوالية الهندسية هى عبارة عن قوى أساسها
(وان كان ذلك ليس ظاهرا فى الحد الاول غير أنه مقرر فى علم الجبر.
أن $3 = 1$) وحدود المتوالية العديدة هى مكبرات لأساسها

ومن ذلك ينتج أن أس الأساس فى المتوالية الهندسية ومعامل
أساس المتوالية العديدة المساوى لذلك الاس يوجدان فى حدين
متحدى الترتيب فى المتواليتين المذكورتين

مثال ذلك أس الحد الثالث من المتوالية الهندسية السابقة ٣ ومعامل
الاساس فى الحد الثالث المقابل له من المتوالية العديدة هو ٣ أيضا
وكذا أس الحد الخامس من المتوالية الهندسية هو ٥ ومعامل الاساس
فى الحد الخامس المقابل له من المتوالية العديدة هو ٥ أيضا وهكذا

النحواس الانسانية للوغاريتمات

٤٠٤ - الخاصية الاولى - لوغاريتم حاصل ضرب مضروبين
أو عدة مضارب يساوى مجموع لوغاريتمات هذه المضارب

فإذا فرضنا جملة لوغاريتمية عمومية مثل

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1 & : & 2 & : & 3 & : & 4 & : & 5 & : & 6 & : & 7 & : & 8 & : & 9 & : & 10 & : & 11 & : & 12 & : & 13 & : & 14 & : & 15 & : & 16 & : & 17 & : & 18 & : & 19 & : & 20 \\ 1 & : & 2 & : & 3 & : & 4 & : & 5 & : & 6 & : & 7 & : & 8 & : & 9 & : & 10 & : & 11 & : & 12 & : & 13 & : & 14 & : & 15 & : & 16 & : & 17 & : & 18 & : & 19 & : & 20 \end{array}$$

وأخذت الحدود 2^0 و 2^1 و 2^2 مثلا وضربت في بعضها ينتج $2^0 \times 2^1 \times 2^2 = 2^3$

ثم إذا أخذ لوغاريتمات هذه الحدود وهي 0 و 1 و 2 و 3 و جمعت على بعضها ينتج أن

$$0 + 1 + 2 = 3 \text{ لو } 2^3 = 2^0 + 2^1 + 2^2 = 2^3$$

(ولو مختصر كلمة لوغاريتم)

وحيث أن 2^0 و 2^1 هما حدان متقابلان فقد ثبت المطلوب
نتيجة - إذا أريد إيجاد حاصل ضرب عددين يجمع لوغاريتميهما
ونبحث عن العدد القابل للجمع يكون هو حاصل الضرب المطلوب
٤٠٥ - الخاصية الثانية - لوغاريتم خارج قسمة عددين
يساوى لوغاريتم المقسوم ناقصا لوغاريتم المقسوم عليه

$$\begin{array}{l} \text{مثلا إذا كان } \frac{12}{4} = 3 \text{ يكون } \text{لو } 3 = \text{لو } 12 - \text{لو } 4 \\ \text{وذلك لأن المقسوم يساوى المقسوم عليه مضروبا في خارج القسمة} \\ \text{أعني } 12 = 4 \times 3 \text{ فبأخذ لوغاريتم الطرفين يحدث} \\ \text{لو } 12 = \text{لو } 4 + \text{لو } 3 \text{ وبطرح لوغاريتم } 4 \text{ من الطرفين يحدث} \\ \text{لو } 12 - \text{لو } 4 = \text{لو } 3 \text{ وهو المطلوب} \end{array}$$

نتيجة ب - إذا أريد إيجاد خارج قسمة عددين يطرح لوغاريتم
المقسوم عليه من لوغاريتم المقسوم ونبحث عن العدد القابل للباقي
فيكون هو خارج القسمة

٤٠٦ - لوغاريتم قوة أى عدد يساوى حاصل ضرب درجة القوة فى لوغاريتم العدد

$$\text{مثلا لو } ٦^٤ = ٤ \text{ لو } ٦$$

وذلك لان $٦^٤ = ٦ \times ٦ \times ٦ \times ٦$ وباخذ لوغاريتم الطرفين يحدث

$$\text{لو } ٦^٤ = \text{لو } ٦ + \text{لو } ٦ + \text{لو } ٦ + \text{لو } ٦ = ٤ \text{ لو } ٦$$

وهو المطلوب

نتيجة - اذا أريد إيجاد مقدار قوة أى عدد نضرب درجة القوة فى لوغاريتم العدد ونبحث عن العدد المقابل لحاصل الضرب يكون هو مقدار القوة المطلوبة

٤٠٧ - لوغاريتم جذر أى عدد بدرجة ما يساوى خارج قسمة لوغاريتم العدد على دليل الجذر

$$\text{مثلا لو } \sqrt[٧]{١٠٢٤} = \frac{\text{لو } ١٠٢٤}{٧}$$

وذلك لانه اذا فرض أن $\sqrt[٧]{١٠٢٤} = \text{س}$ ورفع طرفا هذه المتساوية الى الدرجة الخامسة ينتج $\text{س}^٧ = ١٠٢٤$ وباخذ لوغاريتم الطرفين يحدث

$$\text{لو } ١٠٢٤ = ٧ \text{ لو } \text{س} \text{ ثم اذا قسم الطرفين على } ٧ \text{ ينتج}$$

$$\frac{\text{لو } ١٠٢٤}{٧} = \text{لو } \text{س} \text{ واذا استعوض } \text{س} \text{ بمقداره ينتج}$$

$$\frac{\text{لو } ١٠٢٤}{٧} = \text{لو } \sqrt[٧]{١٠٢٤} \text{ وهو المطلوب}$$

نتيجة - لايجاد جذر أى عدد بدرجة ما نقسم لوغاريتم هذا العدد على دليل الجذر ونبحث عن العدد المقابل للخارج يكون هو الجذر المطلوب

٤٠٨ - من الخواص المتقدمة يظهر أهمية اللوغاريتمات وفوائد استعمالها في تسهيل الاعمال اذ بواسطتها تؤل عملية الضرب الى جمع والقسمة الى طرح والرفع الى قوة الى ضرب واستخراج الجذور مهما كانت درجتها الى قسمة

غير أن كل ذلك متوقف على وجود مجموعة شاملة للاعداد ولوغاريتماتها ولما كانت الجمل اللوغاريتمية كثيرة اختاروا الجملة التي أساسها ١٠ لحساب اللوغاريتمات وتسمى اللوغاريتمات المعتادة ومهما كان أساس الجملة اللوغاريتمية فان البحث عن لوغاريتمات جميع الاعداد يطول ولهذا قد أنشئت جداول مشتملة على الاعداد ولوغاريتماتها ليستعان بها في الاعمال

تكوين جداول اللوغاريتمات

٤٠٩ - اللوغاريتمات المعتادة محسوبة بمساعدة المتوالياتين

$$\begin{array}{r} \div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : \dots \text{ الخ} \\ \div 0 \cdot 1 : 0 \cdot 2 : 0 \cdot 3 : 0 \cdot 4 : \dots \text{ الخ} \end{array}$$

المكونتين لجملة لوغاريتمية أساسها ١٠

ويرى من هذه المتوالية أن لوغاريتم ١ = ٠ ولوغاريتم ١٠ = ١ ولوغاريتم ١٠٠ = ٢ ولوغاريتم ١٠٠٠ = ٣ وهكذا والى بين ١ و ١٠ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ وهكذا ندخل بين كل حدين متوالين من حدود المتوالية الهندسية مقدارا كبيرا جدًا من الأوساط الهندسية

حتى تكون حدود المتواليات الجديدة لا تفتقر عن الاعداد $٢,١$ و $٤,٣$ و $١٠,٠٠٠$ و $١١,١٢$ و $١٠٠,٠٠٠$ و $١٠١,١٠٢$ و $١٠٣,١٠٠$ و ٠٠٠ الا بمقادير صغيرة جدًا بحيث يمكن أخذ هذه الاعداد بدلا عنها ثم ندخل بين كل حدين من حدود المتواليات العددية أوساطا بقدر ما أدخل من الاوساط بين حدود المتواليات الهندسية فحدود المتواليات العددية الجديدة تكون هي لوغاريتمات لحدود المتواليات الهندسية أو للاعداد $٢,١$ و $٣,٠٠٠$ الخ التي لا تفتقر عنها الا بمقدار يسير جدًا^(١)

٤١٠ - تنبيه - لوغاريتمات الاعداد ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ هي على التوالي $١,٢,٣,٤$ أى هي أعداد صحيحة أما كل عدد غيرها فان لوغاريتمه إما كسر أعشارى أو عدد أعشارى والجزء الصحيح من هذه اللوغاريتمات يسمى العدد البيانى للوغاريتم

خواص العدد البيانى

٤١١ - الخاصية الاولى - العدد البيانى من لوغاريتم أى عدد صحيح يشتمل على وحدات بقدر عدد أرقام ذلك العدد ناقصا واحدا

فالجزء البيانى من لوغاريتم العدد ٧٨٥٦ هو ٣

وذلك لان العدد ٧٨٥٦ أكبر من ١٠٠٠ وأصغر من ١٠٠٠٠ فيكون لوغاريتمه أكبر من لوغاريتم ١٠٠٠ وأصغر من لوغاريتم ١٠٠٠٠

(١) الطريقة التي ذكرناها كافية لان يدرك الطالب كيفية تكوين الجداول اللوغاريتمية ولكنها ليست مختارة لتكونها

اي اكبر من ٣ وأصغر من ٤ فهو اذن ٣ وكسر أعنى أن العدد البياني من لوغاريتم ٧٨٥٦ يشتمل على ثلاث وحدات أى بقدر عدد أرقامه ناقصاً واحداً

ومن هنا يمكن أن يستدل على عدد أرقام العدد الذى علم لوغاريتمه باضافة واحد الى عدده البياني

فاللوغاريتم ٣,٣٥٦٤١ ينسب لعدد ذى أربعة أرقام

٤١٢ - الخاصية الثانية - اذا ضرب أى عدد فى احدى قوى عدد ١٠ فان الجزء الاعشارى من لوغاريتمه لا يتغير وانما يزيد العدد البياني وحدات بقدر رأس عدد ١٠

فاذا فرض أن لوغاريتم ٣٧٥٢ هو ٣,٥٧٤٢٦ فان لوغاريتم ٣٧٥٢×١٠ يكون $٣,٥٧٤٢٦ + ٢ = ٥,٥٧٤٢٦$ وذلك لانه بناء على نمرة ٤٠٤ يكون لو $١٠ \times ٣٧٥٢ = ٣٧٥٢٠$ لو ١٠ وحيث فرض أن لوغاريتم $٣٧٥٢ = ٣,٥٧٤٢٦$ ومعلوم أن لو $١٠ = ٢$ يكون

لو $١٠ \times ٣٧٥٢ = ٣,٥٧٤٢٦ + ٢ = ٥,٥٧٤٢٦$ وهو المطلوب

٤١٣ - الخاصية الثالثة - اذا قسم عدد على احدى قوى عدد ١٠ فان الجزء الاعشارى من لوغاريتمه لا يتغير وانما ينقص العدد البياني وحدات بقدر رأس عدد ١٠

فاذا فرض أن لوغاريتم ٣٧٥٢ هو ٣,٥٧٤٢٦ فان لوغاريتم $٣٧٥٢ : ١٠$ يكون $٣,٥٧٤٢٦ - ٢ = ١,٥٧٢٦$ وذلك أنه بناء على ماقرر بنمرة ٤٠٥ يكون

$$\begin{aligned} 3752 : 10 &= 3752 \text{ لو } 10 - \text{ لو } 10 \text{ وحيث أن لو } 3752 \\ &= 3,5726 \text{ ولو } 10 = 2 \text{ يكون} \\ \text{لو } 3752 : 10 &= 3,5726 - 2 = 1,57426 \text{ وهو المطلوب} \end{aligned}$$

٤١٤ - ينتج من هاتين الخاصيتين (أولا) أنه إذا علم لوغاريتم عدد وأريد إيجاد لوغاريتم حاصل ضربه في ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ يكفي أن يضاف إلى العدد البياني للوغاريتم المعلوم ١ أو ٢ أو ٣

(ثانيا) إذا علم لوغاريتم عدد وأريد إيجاد لوغاريتم خارج قسمته على ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ الخ يكفي أن يطرح من عدده البياني ١ أو ٢ أو ٣ الخ

(ثالثا) ان الاعداد الاعشارية المؤلفة من أرقام متحدة ذات ترتيب واحد ولا تختلف الا بوضع العلامة الاعشارية تكون لوغاريتماتها متحدة في الجزء الاعشاري ومختلفة فقط في الاعداد البيانية

العدد البياني السالب

٤١٥ - تمهيد - من المعلوم أن عملية طرح عند مثل ١٢ من عدد أصغر منه مثل ٥ مستحيلة في علم الحساب ولكن هناك اتفاق (١) على بيان نتيجة هذه العملية بطرح العدد ٥ من ١٢ ووضع العلامة - أمام الباقي والعدد الناتج يسمى عددا سالبا

وعلى هذا يكون ٥ - ١٢ = - ٧ والعدد ٧ يسمى عددا سالبا

(١) الاتفاق المشار اليه مبين في علم الجبر

فالعدد السالب هو المسبوق بعلامة - وينتج من عملية طرح فيها المطروح أكبر من المطروح منه وبواسطة هذا الاتفاق وما تقدم بتمرة ٤١٥ يمكن أن يتحصل على لوغاريتم خارج القسمة في حالة ما إذا كان المقسوم أصغر من المقسوم عليه

٤١٦ - العدد البياني السالب - ينتج مما تقرر بتمرة ٤١٥، ٤٠٥ أن كل عدد أصغر من الواحد يكون لوغاريتمه سالبا وحيث أن جداول اللوغاريتمات لا تستعمل على أعداد سالبة فيحول اللوغاريتم السالب الى آخر يكون عدده البياني سالبا فقط والجزء الاعشارى موجبا

فاذا فرض لوغاريتم مثل - ٣,٤٨٣٥٩ نعتبر أنه مركب من جزأين أحدهما العدد البياني والثاني الجزء الاعشارى وان كلا منهما سالب أى - ٣,٤٨٣٥٩ = - ٠,٤٨٣٥٩ - ٣ ثم اذا أضيف للطرف الثانى واحد وطرح منه واحد فالنتائج لا يتغير ويكون

$$- ٣,٤٨٣٥٩ = - (١ + ٠,٤٨٣٥٩) - ٣ - ١ \text{ أو}$$

$$- ٣,٤٨٣٥٩ = ٠,٥١٦٤١ - ٤ \text{ ويكتب عادة هكذا}$$

$$= ٣,٤٨٣٥٩ = \bar{٤},٥١٦٤١$$

وحينئذ يمكن أن تستنتج القاعدة الآتية

لتحويل لوغاريتم سالب الى آخر يكون عدده البياني سالبا يطرح الجزء الاعشارى من واحد صحيح ويضم الى عدده البياني واحد ويعتبر العدد البياني سالبا

٤١٧ - العدد البياني السالب من لوغاريتم أى كسر أعشارى يساوى وحدات بقدر العدد الدال على رتبة أول رقم معنوى بعد الشرطة

فاذا فرض الكسر الاعشارى ٠,٠٠٣٧٥ كان العدد البىانى من
لوغاريتمه هو - ٣

$$\text{وذلك لان العدد } ٠,٠٠٣٧٥ = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠} \text{ وبناء على ماتقدم بفترة } ٤٠٥ \\ \text{يكون لو } ٠,٠٠٣٧٥ = \text{لو } ٣,٧٥ - \text{لو } ١٠٠٠ \text{ أو} \\ \text{لو } ٠,٠٠٣٧٥ = \text{لو } ٣,٧٥ - ٣$$

وحيث ان غدد ٣,٧٥ هو أكبر من واحد وأصغر من عشرة فيكون
لوغاريتمه أكبر من صفر وأصغر من ١ فاذا فرض أنه يساوى ٠,٥٧٤٠٣
يكون لو ٠,٠٠٣٧٥ = ٠,٥٧٤٠٣ - ٣ أى ٣,٥٧٤٠٣ وهو المطلوب

شرح جدول اللوغاريتم وكيفية استعماله

٤١٨ - جداول اللوغاريتمات المعتادة محسوبة على مقتضى
الجملة التى أساسها عشرة غير أنها عديدة أولاً بالنسبة لدرجة التقريب
التى استعملت فى حسابها وثانياً بالنسبة لاوزاعها ولكنها على وجه
العموم تشتمل على الاعداد من الواحد الى حد معين وعلى لوغاريتمات
تلك الاعداد مقربة الى درجة اعشارية محدودة

فمن الجداول ما هو مقرب الى أجزاء من عشرة آلاف أى يحتوى
الجزء الاعشارى من اللوغاريتم على أربعة أرقام اعشارية ومنها ما هو
مقرب الى أجزاء من مائة ألف أى يحتوى الجزء الاعشارى من
اللوغاريتم على خمسة أرقام اعشارية ومنها ما هو مقرب الى أجزاء من
مليون أى يحتوى على ستة أرقام اعشارية وهكذا
وأدق الجداول ما كان مشتملاً على درجة تقريب أكثر

ولنذكر شرح الجدول الملحق بهذا الكتاب وكيفية استعماله
فتقول

٤١٩ - هذا الجدول يشتمل على الاعداد من واحد الى ١٠٠٠٠
وعلى الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات هذه الاعداد مقربة الى اجزاء
من مائة ألف أى يحتوى على خمسة أرقام أعشارية ولم يكتب فيه
العدد البياني لانه يمكن أن يستدل عليه بمجرد معرفة عدد أرقام العدد
المراد ايجاد لوغاريتمه بمراعاة ما تقدم بتمرة ٤١١

والجدول المذكور مركب من ٣١ صحيفة تشتمل الاولى منها على
الاعداد من ١ الى ٩٩ على الترتيب فى الصفوف الرأسية المعنونة
بحرف ع وأمام كل عدد منها الجزء الاعشارى من لوغاريتمه فى الصف
الرأسى المعنون بحرفى لو

أما باقى الصفائف وهى من صحيفة ٢ الى صحيفة ٣١ فيتنقسم كل
منها الى أحد عشر صففا رأسيا الاول معنون بحرف ع والثانى بصفر
والتسعة صفوف الباقية معنونة بالارقام التسعة البسطة على التوالى
والصف الاول الرأسى المذكور يشتمل على الاعداد بالترتيب من ١٠٠
الى ٩٩٩ موزعة على الصفائف المذكورة والجزء الاعشارى من لوغاريتم
أى عدد منها هو العدد المقابل له فى الصف الرأسى المعنون بصفر
(وهذه الاجزاء عينها هى الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات الاعداد
ذات الارقام الإربعة التى تكون الارقام الثلاثة الاول من يسارها نفس
هذه الارقام والرابع صفرا)

. وتشتمل باقى الصفوف الرأسية على الاجزاء الاعشارية من
لوغاريتمات الاعداد المركبة من أربعة أرقام فى حالة ما اذا كان أحادها
غير صفر والجزء الاعشارى من لوغاريتم أى عدد منها يوجد فى تقاطع
للصف الافقى المبدوء بالارقام الثلاثة الاولى من يسار العدد مع الصف
الرأسى المعنون بالرقم الرابع

واستعمال جدول اللوغاريتم ينحصر فى مسألتين الاولى ايجاد لوغاريتم
عدد معلوم والثانية ايجاد العدد المقابل للوغاريتم معلوم
٤٢٠ - المسئلة الاولى ايجاد لوغاريتم عدد معلوم وفيها نحس
حالات

الحالة الاولى - اذا كان العدد المعلوم أقل من مائة نبحث عنه
فى الصحيفة الاولى فى الصفوف الرأسية المعنونة بحرف ع فالعدد المقابل
له فى الصف الرأسى المعنون بحرفى (لو) يكون هو اللوغاريتم المطلوب
مثلا اذا أريد ايجاد لوغاريتم ٢٥ نبحث عنه فى الصحيفة الاولى
فالعدد المقابل له وهو ٣٩٧٩٤ يكون هو الجزء الاعشارى من اللوغاريتم
المطلوب وأما عدده البيانى فهو ١ كما فى نمرة ٤١١ وحينئذ يكون
لو ٢٥ = ١,٣٩٧٩٤ وبمثل ذلك نجد أن لو ٨ = ٠,٩٠٣٠٩
ولو ٦٦ = ١,٨١٩٥٤ ولو ٨٧ = ١,٩٣٩٥٢

الحالة الثانية - اذا كان العدد المعلوم أكبر من ١٠٠ وأقل من ١٠٠٠
نبحث عنه فى الصفوف الرأسية المعنونة بحرف ع من صحيفة ٢ الى
صحيفة ٣١ فالعدد المقابل له فى الصف الرأسى المعنون بصفر يكون
هو اللوغاريتم المطلوب

مثلا اذا أريد ايجاد لوغاريتم ٤٢٩ نجث عنه في صحائف الجدول في الصفوف الرأسية المعنونة بحرف ع فنجده في صحيفة ١٢ فالعدد المقابل له في الصف المعنون بصفر وهو ٦٣٢٤٦ يكون هو الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المطلوب وأما العدد اليباق فهو ٢ كما في نمرة ٤١١ وحيثذ يكون لو ٤٢٩ = ٢,٦٣٢٤٦ وبمثل ذلك نجد أن لو ٥٠٨ = ٢,٧٠٥٨٦ (من صحيفة ١٥) ولو ٦٧٢ = ٣,٨٢٧٣٧ (من صحيفة ٢١) ولو ٨٧٥ = ٢,٩٤٢٠١ (من صحيفة ٢٧) ولو ٩٩٥ = ٢,٩٩٧٨٢ (من صحيفة ٣١)

الحالة الثالثة - اذا كان العدد المعلوم أكبر من ١٠٠٠ وأصغر من ١٠٠٠٠ نجث عن الثلاثة أرقام الاول من يسار العدد المعلوم في الصفوف الرأسية المعنونة بحرف ع وتأخذ الرقم الرابع للعدد من الصف الاول الافقى المعنونة به الصفوف الرأسية ثم نتبع الصف الافقى المبدوء بالارقام الثلاثة المذكورة والصف الرأسى المبدوء بالرقم الرابع فمحل تقاطع الصفيين يكون هو الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المطلوب

مثلا اذا أريد ايجاد لوغاريتم ٤٨٦٢ نجث عن العدد المركب من الارقام الثلاثة الاول من يسار هذا العدد وهو ٤٨٦ في صحائف الجدول في الصفوف الرأسية المعنونة بحرف ع فنجده في صحيفة ١٤ ونجث عن الرقم الرابع ٢ في الصف الافقى الاول من هذه الصحيفة عنها ثم نتبع الصف الافقى المبدوء بالعدد ٤٨٦ والصف الرأسى المبدوء برقم ٢ فنجد في تقاطع هذين الصفيين العدد ٦٨٦٨١ يكون

هو الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد ٤٨٦٢ وأما عدده البيانى فهو ٣
كما فى نمرة ٤١١ وحينئذ يكون لو ٤٨٦٢ = ٣,٦٨٦٨١

وبمثل ذلك نجد لو ٧٨١٤ = ٣,٨٩٢٨٧ (من صحيفة ٢٤)
ولو ٩٨٦٦ = ٣,٩٩٤١٤ (من صحيفة ٣١)

الحالة الرابعة - اذا كان العدد المعلوم أكبر من ١٠٠٠٠ نجرى
العمل كما يأتى

مثلا اذا أريد ايجاد لوغاريتم العدد ٧٨٦٥٤٦ يقال ان الجزء
الاعشارى من لوغاريتم هذا العدد لا يتغير بقسمة هذا العدد على
احدى قوى عدد ١٠ فاذا قسم على ١٠٠ ليكون محتويا على أربعة
أرقام صحيحة فقط ينتج ٧٨٦٥,٤٦ ثم نبحث عن لوغاريتم العدد ٧٨٦٥
كما تقدم فى الحالة الثالثة فنجد ٣,٨٩٥٧٠ من صحيفة ٢٤ ونبحث
عن لوغاريتم العدد ٧٨٦٦ الاكبر من ٧٨٦٥ بواحد فنجد أنه يساوى
٣,٨٩٥٧٥ ونطرح هذين اللوغاريتمين من بعضهما فينتج ٠,٠٠٠٠٥
ثم يقال حيث ان الفرق بين العددين ٧٨٦٥ و ٧٨٦٦ وهو واحد يقابله
هنا الفرق بين اللوغاريتمين وهو ٠,٠٠٠٠٥ وحيث ان الاعداد تقريبا
تناسب مع لوغاريتماتها فاذا بحثنا عن الفرق بين أصغر العددين والعدد
المعلوم ينتج ٠,٤٦ ويقابله الحد الرابع من التناسب

$$٠,٤٦ : ٠,٠٠٠٠٥ :: ٠,٠٠٠٠٥ : ٠,٠٠٠٠٥ \times ٠,٤٦ = ٠,٠٠٠٠٥$$

= ٢٣٠,٠٠٠ أو ٢٠٠,٠٠٠ تقريبا واذا أضيفت هذا الجزء
الى أصغر اللوغاريتمين وهو ٣,٨٩٥٧٠ ينتج ٣,٨٩٥٧٢ يكون لوغاريتم

العدد ٧٨٦٥,٤٦ وأما لو غاريم العدد ٧٨٦٥٤٦ فلا يختلف عن هذا اللوغاريم الا في العدد البياني وعلى حسب نمرة ٤١١ يكون عدده البياني هو ٥ وحينئذ يكون $٧٨٦٥٤٦ = ٥,٨٩٥٧٢$

وما ذكر تستنتج القاعدة الآتية

قاعدة لاييجاد لوغاريم عدد أكبر من ١٠٠٠٠ تفصل من يساره أربعة أرقام ونعتبر باقى الأرقام جزءاً أعشارياً ثم نبحث عن لوغاريم العدد المركب من الاربعة أرقام المفصولة ولوغاريم عدد أكبر منه بواحد ونطرح أصغر اللوغاريماتين من الأكبر ونضرب الفرق الناتج في العدد المعتبر أنه جزء أعشارى وقرب حاصل الضرب الى أجزاء من مائة ألف ونضيف العدد الناتج الى أصغر اللوغاريماتين ثم نعدل العدد البياني كما تقتضيه قاعدة نمرة ٤١١

وبناء على هذه القاعدة وما تقدم ايضاحه بالمثال الذى قبلها نجد

$$\text{أن لو } ٧٦٨٦٤٣٢ = ٦,٨٨٥٧٣ \text{ (من صحيفة ٢٤)}$$

$$\text{ولو } ٤٥٤٦٣٤٨٩ = ٦,٧٠٦٥٧٦٦ \text{ (من صحيفة ١٣)}$$

الحالة الخامسة - اذا كان العدد المعلوم عدداً اعشارياً أو كسراً أعشارياً نصرف النظر عن الفاصلة وتأخذ لوغاريمه كما لو كان عدداً صحيحاً ثم يعدل العدد البياني على حسب ما تقتضيه احدى قاعدتي نمرة ٤١١ ونمرة ٤١٧

مثلاً لاييجاد لوغاريم ٣٥,٤١٦ نصرف النظر عن الفاصلة ونبحث عن لوغاريم ٣٥٤١٦ فنجد أنه يساوى ٤,٥٤٩٢٠ وحيث ان العدد

المفروض يشتمل على عدد صحيح ذى رقين فيكون عدده البياني ١
ويكون لو ١٦,٣٥ = ١,٥٤٩٢٠

ولايجاد لوغاريتم ٠,٠٠٥٨٣٤. نصف النظر عن الفاصلة ونبحث
عن لوغاريتم ٥٨٣٤ فنجد أنه يساوى ٣,٧٦٥٩٧ وحيث ان العدد
المفروض هو كسر اعشارى وأرقامه المعنوية مبتدأة من المنزلة الثالثة
فيكون عدده البياني - ٣ كما فى عمدة ٤١٧ وحينئذ يكون

$$\text{لو } ٣,٧٦٥٩٧ = ٠,٠٠٥٨٣٤$$

٤٢١ - المسئلة الثانية - لايجاد العدد المقابل للوغاريتم معلوم
نبحث عن الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المعلوم فى الصفوف الرأسية
المعنونة بصفر فان وجد كان العدد المقابل له فى أول صف رأسى
هو العدد المطلوب ثم يعدل على حسب العدد البياني

مثلا اذا أريد ايجاد العدد المقابل للوغاريتم ٢,٤٣٧٧٥ نبحث عن
الجزء الاعشارى ٤,٣٧٧٥ فى الصفوف الرأسية المعنونة بصفر فنجده
فى صحيفة ٧ فالعدد المقابل له فى أول صف رأسى المعنون بحرف ع
وهو ٢٧٤ يكون هو العدد المقابل للوغاريتم المعلوم وحيث ان العدد
البياني ٢ فيدل على أن العدد المبحوث عنه يحتوى على ٣ أرقام صحيحة
أى أنه نفس العدد ٢٧٤

واذا أريد ايجاد العدد المقابل للوغاريتم ٤,٥٨٦٥٩ نبحث عن الجزء
الاعشارى من هذا اللوغاريتم فنجده فى صحيفة ١١ والعدد المقابل له
وهو ٣٨٦ يكون هو العدد المبحوث عنه غير أنه لما كان العدد البياني من
اللوغاريتم المعلوم هو ٤ فيدل على أن العدد المنسوب اليه هذا اللوغاريتم

مركب من خمسة أرقام وحيث ان العدد ٣٨٦ يحتوى على ثلاثة أرقام فنضع على يمينه صفرين ليكون مشتملا على خمسة أرقام وحيث أن يكون $٤,٥٨٦٥٩ = ٣٨٦٠٠$ أى أن العدد المقابل للوغاريتم المعلوم هو ٣٨٦٠٠

واذا لم يوجد الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المعلوم فى الصف الرأسى الاول نحصره بين عددين متتاليين من أعداد الصف المذكور أحدهما أكبر منه والآخر أصغر منه ثم نتبع الصف الافقى المبدوء بالاصغر فان وجد فيه الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المعلوم كان الرقم المحاذى له فى أول صف أفقى هو رابع رقم من العدد المبحوث عنه أما الثلاثة أرقام الاول فهى الموجودة بازاء الصف المذكور فى أول صف رأسى

مثلا اذا أريد إيجاد العدد المقابل للوغاريتم ٢,٨٩٤٦٥ نبحث عن الجزء الاعشارى من هذا اللوغاريتم فى أعداد الصفوف الرأسية المعنونة بصفر فلا نجده فيها ولكن نجد أنه محصور بين ٨٩٤٣٢ و ٨٩٤٨٧ (من صحيفة ٢٤) فتتبع الصف المبدوء بالعدد ٨٩٤٣٢ فنجد فى هذا الصف الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المعلوم وهو ٨٩٤٦٥ فى الصف الرأسى المعنون برقم ٦ فيكون هو الرقم الرابع من العدد المبحوث عنه أما الثلاثة أرقام الاول فهى المركب منها العدد ٧٨٤ الموجود فى أول هذا الصف الافقى ويكون العدد المقابل للوغاريتم المعلوم هو ٧٨٤٦ الا أنه حيث كان عدده البياى ٢ فيسدل على أن العدد المنسوب له مركب من ثلاثة أرقام صحيحة وإذن فالعدد المبحوث عنه هو ٧٨٤,٦

وأخيرا اذا لم يوجد الجزء الاعشارى من اللوغاريتم بين أعداد الصف
الافقى المبدوء بأصغر اللوغاريتمين المحصور بينهما الجزء الاعشارى من
اللوغاريتم المعلوم فتتبع الطريقة الموضحة بالمثل الآتى

مثلا اذا أريد إيجاد العدد المقابل للوغاريتم ٤,٩٠٣٥٥ نبحث
عن الجزء الاعشارى من هذا اللوغاريتم فى الصفوف الرأسية المعنونة
بالصفر فلانجده لكنه ينحصر بين ٩٠٣٠٩ و ٩٠٣٦٣ (من صحيفة ٢٥)
ثم نتبع الصف المبدوء بالعدد ٩٠٣٠٩ للبحث عن ٩٠٣٥٥ فلا
نجده لكنه ينحصر بين العددين ٩٠٣٥٢ و ٩٠٣٥٨ اللذين هما الجزآن
الاعشاريان من لوغاريتمى العددين ٨٠٠٩ و ٨٠٠٨ ثم نبحث عن الفرق
بين الجزأين الاعشاريين المذكورين فنجد ٠,٠٠٠٠٦ وهو يقابل
الفرق بين العددين أى ١ ثم نطرح اللوغاريتم الاصغر من اللوغاريتم
المعلوم فينتج ٠,٠٠٠٠٣ ويقال اذا كان الفرق ٠,٠٠٠٠٦ يقابل هنا
واحدا صحيحا فالفرق ٠,٠٠٠٠٣ يقابل كمية يرمز لها بحرف سـ
ويمكن استخراجها من التناسب ٠,٠٠٠٠٦ : ٠,٠٠٠٠٣ :: ١ : سـ
ومنه سـ = $\frac{٠,٠٠٠٠٣}{٠,٠٠٠٠٦}$ أو $\frac{٣}{٦}$ أو ٠,٥

وحيث اذا أضيف هذا العدد ٠,٥ الى أصغر العددين المقابل
لأصغر اللوغاريتمين المحصور بينهما اللوغاريتم المعلوم ينتج ٨٠٠٨,٥
ثم يقال حيث ان العدد البيانى المعلوم هو ٤ فيكون العدد المبحوث عنه
مركبا من خمسة أرقام أى أنه هو ٨٠٠٨٥

ويمكن تلخيص هذه العملية فى القاعدة الآتية

قاعدة - بعد البحث عن الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المعلوم في أعداد الصفوف الرأسية المعنونة بصفر وعدم وجوده فيها فنحصره بين عددين متتالين منها أحدهما أصغر منه والآخر أكبر منه ثم نتبع الصف المحتوى على الأصغر فإذا لم يوجد اللوغاريتم المعلوم في أعداد هذا الصف فنحصره أيضا بين عددين منه أحدهما أصغر منه والآخر أكبر منه ثم نطرح أصغر اللوغاريتمين من الأكبر والأصغر من اللوغاريتم المعلوم ونقسم هذا الفرق الأخير على الفرق بين اللوغاريتمين الجداوليين ويضاف الكسر الاعشارى الناتج الى العدد المقابل لأصغر اللوغاريتمين ثم نعدل أرقام العدد الناتج على حسب ما تقتضيه قاعدة العدد البياني

عمليات اللوغاريتمات

٤٢٢ - تمهيد - إذا تأملنا في الخواص الاساسية للوغاريتمات نرى أنه يطلب أحيانا جمع لوغاريتمات على بعضها أو طرح لوغاريتم من آخر أو ضرب لوغاريتم في عدد أو قسمته على عدد ولا صعوبة في اجراء هذه العمليات على اللوغاريتمات اذا كانت كلها موجبة. أما اذا كان بعضها ذا عدد سالب فلا يتيسر اجراء الاعمال على الاعداد السالبة إلا بعد معرفة كيفية اجراء العمليات الاساسية على تلك الاعداد ولهذا نذكر القواعد الضرورية التى تلزم لاجراء هذه العمليات على أعداد كلها أو بعضها سالب فنقول

أولا - اختصار الاعداد الموجبة والسالبة - اذا وجدت جملة أعداد متتالية بعضها موجب والبعض سالب فانه يمكن اختصارها

أى تحويلها الى عدد واحد ولذلك نجمع الاعداد الموجبة على بعضها
والسالبة على بعضها ونطرح المجموع الاصغر من الاكبر ونضع أمام
الناتج علامة الاكبر

$$\text{مثال ذلك } 7 = 11 - 18 = 8 - 2 + 3 - 9 + 7$$

ثانيا - اذا أريد جمع أعداد سالبة وموجبة توضع بجوار بعضها
كل منها بعلامته ثم يختصر الناتج كما تقدم

المثال الاول - اذا أريد جمع ٥، ٦، - ٢، - ٣، - ٤
توضع هكذا $5 + 6 - 2 - 3 - 4$ ثم يختصر هذا الوضع فينتج
 $11 - 9 = 2$

المثال الثانى - اذا أريد جمع ٥، ٦، - ٧، - ٨، - ٣
توضع هكذا

$$5 + 6 - 7 - 8 - 3$$

$$18 - 7 = 11$$

ثالثا - لاييجاد باقى طرح عديدين أحدهما أو كلاهما سالب نغير
اشارة العدد المطروح (ان كان زائدا يجعل ناقصا وان كان ناقصا يجعل
زائدا) ثم نضعه بجوار المطروح منه ونختصر الوضع الناتج

المثال الاول - اذا أريد طرح - ٥ من ٧ نغير اشارة المطروح
وهو - ٥ فيصير $5 +$ نضعه بجوار المطروح منه ونختصر الناتج
هكذا

$$12 = 5 + 7 = (5 -) - 7$$

المثال الثاني - اذا أريد طرح ٥ من ٧ نغير اشارة المطروح خمسة فيصير - ٥ نضعه بجوار المطروح منه ونختصر الوضع الناتج هكذا $7 - (5 +) = 7 - 5 = 2$

المثال الثالث - اذا أريد طرح - ٥ من ٧ نغير اشارة المطروح وهو - ٥ فيصير + ٥ ثم نختصر الناتج هكذا $7 - (5 -) = 7 + 5 = 12$

رابعا - لضرب عدد سالب في عدد موجب نضرب العددين في بعضهما ويكون الحاصل سالبا

مثلا لضرب ٣ في - ٥ نضرب ٣ في ٥ ينتج ١٥ ويكون سالبا .
وحيثئذ فالحاصل المطلوب يكون - ١٥

خامسا - لقسمة عدد سالب على عدد موجب نقسم العدد السالب باعتباره موجبا على العدد الموجب ويكون الخارج سالبا

فلقسمة - ١٥ على ٥ نقسم ١٥ على ٥ ينتج ٣ ويكون سالب
وحيثئذ فالخارج المطلوب يكون - ٣

ولاحاجة لنا الآن بضرب عددين سالبين في بعضهما ولا بقسمة
عددين سالبين على بعضهما

اذا تقرر هذا يمكن اجراء العمليات الاساسية للوغاريتمات
سواء كانت أعدادها البينانية موجبة أو سالبة بمراعاة القواعد السابقة
وقواعد الاعداد الاعشارية ولزيادة الايضاح نذكر هذه القواعد مفصلة
فنعول

٤٣٣ - الجمع - لجمع عدة لوغاريتمات نجمع الاجزاء الاعشارية على بعضها ثم نجمع الاعداد البيانية مع الآحاد الصحيحة الناتجة من جمع الاجزاء الاعشارية (ان وجدت) بمراعاة قاعدة جمع الاعداد الموجبة والسالبة
أمثلة ذلك

٣,٣٤١٤٣	٣,٥٨١٠٤
٢,٥٩١٢٩	٢,٢٩٤٤٧
٤,١٩٠٣٣	٤,١٤٣٩٥
١,٦٤٠٤٨	١,١٧٣٧٧
٣,٧٦٣٥٣	١١,١٩٣٢٣

ولا حاجة لشرح كيفية العمل في العملية الاولى اذ هي جمع أعداد اعشارية أما العملية الثانية فقد جمعت الأجزاء الاعشارية فتتج من مجموعها ١,٧٦٣٥٣ ثم وضع الجزء الاعشارى تحت الخط وأضيف واحد الى الاعداد البيانية فكان المجموع ١ - ٣ + ٢ - ٤ + ١ = ٣ - وضع في محل العدد البيانى

٤٣٤ - الطرح - لطرح لوغاريتم من آخر يطرح أولا جزأهما الاعشاريان من بعضهما ثم العددان البيانيان كذلك مع مراعاة قاعدة طرحت الاعداد السالبة اذا كان أحدهما سالبا أمثلة ذلك

(١)	(٢)	(٣)	(٤)
٢,٧٦٤٩٥	١,٦٤٣٣٥	٢,٦٥٧٤٤	٢,٧٧٤٢٢
٣,٨٦٢٩١	٥,٩٥١٢٤	٣,٧٥٦٣٦	٤,٧٣٢٣١
٢,٨١٢٠٤	٧,٦٩٢١١	٤,٩٠١٠٨	١,٩٤١٩١

في المثال الاول بعد طرح الجزأين الاعشاريين من بعضهما يلزم طرح واحد من العدد الصحيح ٢ ثم طرح العدد ٣ ويكون العدد البياى للباقى الطرح هو $٢ - ١ - ٣ = -٢$

وفي المثال الثانى بعد طرح الجزأين الاعشاريين من بعضهما يلزم طرح واحد من العدد البياى - ١ ثم طرح العدد ٥ فيكون العدد البياى للباقى هو $٧ - ١ - ١ - ٥ = -٧$

وفي المثال الثالث بعد طرح الجزأين الاعشاريين من بعضهما يلزم طرح واحد من العدد البياى ٢ ثم طرح ٣ وبذلك يكون العدد البياى للباقى هو $٢ - ١ - (-٣) = ٤$

وفي المثال الرابع بعد طرح الجزأين الاعشاريين من بعضهما يلزم طرح واحد من العدد البياى - ٢ ثم طرح ٤ وبذلك يكون العدد البياى للباقى هو $-٢ - ١ - (-٤) = ١$

٤٣٥ الضرب - لضرب اللوغاريتم في عددا ضرب أولا الجزء الاعشارى في ذلك العدد ويحفظ العدد الصحيح الناتج من ذلك ليضم الى حاصل ضرب العدد البياى في ذلك العدد (ويراعى قاعدة ضرب العدد السالب اذا كان العدد البياى سالبا)

فاذا أريد ضرب اللوغاريتم ٢,٥٢١٤٤ في ٣ أو ضرب اللوغاريتم ١,٣٨٤٦٥ في ٤ نجري العمل هكذا

١,٤٦٥٣٨	٢,٥٢١٤٤
٤	٣
٣,٨٦١٥٢	٧,٥٦٤٣٢

فى المثال الاول يجرى العمل كما فى ضرب الاعداد الاعشارية

وفى المثال الثانى نضرب الجزء الاعشارى فى ٤ فينتج ١,٨٦١٥٢
يخفظ العدد الصحيح واحد ويضاف الى حاصل ضرب 1×4
الذى هو - ٤ فينتج $-4 + 1 = -3$ ويكون الحاصل المطلوب
٣,٨٦١٥٢

٤٣٦ - القسمة - قسمة لوغاريم على عدد يقال اذا كان
العدد البياني موجبا يقسم كما فى الاعداد الاعشارية واذا كان سالبا
يقسم العدد البياني على هذا العدد ويكون خارج قسمته سالبا ثم يقسم
الجزء الاعشارى على ذلك العدد ويلاحظ أن يجعل العدد البياني
مضاعفا للقسوم عليه

المثال الاول - اذا أريد قسمة ٤,٤٧١٢٩ على ٣ تقسم كما فى الاعداد
الاعشارية فينتج ١,٤٩٠٤٣ وهو الخارج المطلوب

المثال الثانى - اذا أريد قسمة اللوغاريم ٤,٦٤٥١٦ على ٢ يقال
حيث ان العدد البياني السالب - ٤ مضاعف الى ٢ تقسمه على ٢
فينتج - ٢ ثم تقسم الجزء الاعشارى كذلك على ٢ فينتج ٠,٣٢٢٥٧
فيكون الخارج المطلوب ٢,٣٢٢٥٨

المثال الثالث - اذا أريد قسمة اللوغاريم ٧,٥٤٨٢٤ على ٤ يقال
حيث ان العدد البياني - ٧ ليس مضاعفا للقسوم عليه ٤ فيضاف اليه
- ١ ليكون مكررا له وفى نظير ذلك يضاف واحد الى الجزء الاعشارى

ثم يقسم كل من العدد البياني الناتج والجزء الاعشارى مضافا اليه واحد على ٤ هكنا

$$\frac{1504824}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1504824 + 1}{4} = \frac{1504825}{4} = \frac{376206 + 1}{4} = \frac{376207}{4}$$

$$2,38706 = 0,38706 + 2 =$$

المتتم اللوغاريتمى

٤٣٧ - قد علم مما تقدم أن استعمال اللوغاريتمات يحول العمليات الحسابية الى عمليات أخرى أبسط منها ومع ذلك فانه يمكن تسهيل الاعمال فيها بواسطة استعاضة عمليتي جمع وطرح يراد اجراؤهما معا الى عملية جمع فقط

فاذا أريد طرح لوغاريتم كمية مرموز لها بحرف م مثلا من مجموع لوغاريتمات كميات أخرى مرموز له بحرف ل فانه عوضا عن طرح لوم من لول يضم الى كمية لول الكمية - لوم وهو ما يعبر عنه بالمتتم اللوغاريتمى ل كمية م

ولعرفة متتم لوغاريتم كمية م بالنسبة الى لوغاريتمها نرسم للعدد البياني من لوغاريتم هذه الكمية بحرف ب وللجزء الاعشارى بحرف ع فيكون

$$\begin{aligned} \text{لوم} &= \text{ع} + \text{ب} \quad \text{ويكون} \\ - \text{لوم} &= - \text{ع} - \text{ب} \quad \text{أو} \\ - \text{لوم} &= 1 - \text{ع} - \text{ب} \quad \text{أو} \\ - \text{لوم} &= 1 - \text{ع} - (\text{ب} + 1) \end{aligned}$$

أما ١ - ع فهو عبارة عن باقى طرح الجزء الاعشارى للوغاريتم
المعلوم من واحد صحيح (ولا بد أن يكون هذا الباقي عددا موجبا)
يسمى هذا الباقي بمتعم الجزء الاعشارى لواحد صحيح ويمكن الحصول
وعليه بطرح أول رقم عن يمينه من عشرة وباقى الارقام من تسعة

وأما - (ب + ١) فهو عبارة عن العدد البياني للوغاريتم المعلوم
مضافا اليه واحد ومغيرا علامته ومجموع هذين المقدارين هو المعبر عنه
بالمتمم اللوغاريتمى وحينئذ تستنتج القاعدة الآتية

لطرخ لوغاريتم من آخر يضم الى ذلك اللوغاريتم متمم لوغاريتم
المطروح وهذا المتمم يمكن الحصول عليه بطرح الجزء الاعشارى من
واحد صحيح واطافة واحد الى العدد البياني ثم تغير اشارة حاصل الجمع

مثلا بدلا عن طرح ٢,٨٧٧٣١ من ٤,٩٧١٩٥ نضم متمم المطروح
وهو ٣,١٢٢٦٩ الى المطروح منه فينتج ٢,٠٩٤٦٦

$$\text{أذ أن } ٤,٩٧١٩٧ - ٢,٨٧٧٣١ = ٢,٠٩٤٦٦$$

$$٢,٠٩٤٦٦ = ٣,١٢٢٦٩ + ٤,٩٧١٩٧$$

والعدد ٣,١٢٢٦٩ هو المتمم اللوغاريتمى للمطروح ٢,٨٧٧٣١

أمثلة تحل بواسطة قواعد اللوغاريتمات

المثال الاول - اذا أريد ضرب ٢٧٤ فى ٧,٦٢٥ نرمن لحاصل
الضرب بحرف سـ فيكون سـ = $٢٧٤ \times ٧,٦٢٥$ وبأخذ لوغاريتم
الطرفين يحدث

$$\text{لوسه} = 274 + \text{لوه} 7,625$$

$$\text{وحيث ان لو} 274 = 2,43775$$

$$\text{و لو} 7,625 = 0,88224 \text{ يكون}$$

$$\text{لوسه} = 3,31999 \text{ ثم نبحث عن العدد المقابل لهذا}$$

اللوغاريتم فنجده 2089,237 فيكون مقدار سه أى حاصل ضرب

$$\text{العددين المقروضين هو} 2089,237$$

المثال الثاني - اذا أريد قسمة 45 على 0.64، نرسم للخارج بحرف

سه فيكون

$$\text{سه} = \frac{45}{0.64} \text{ ثم نأخذ لوغاريتم الطرفين فيحدث}$$

$$\text{لوسه} = \text{لو} 45 - \text{لو} 0.64 = 0.0064$$

$$\text{وحيث ان لو} 45 = 1,65321$$

$$\text{لو} 0.0064 = 3,80618 \text{ يكون}$$

$$\text{لوسه} = 3,84703 \text{ ثم نبحث عن العدد المقابل لهذا}$$

اللوغاريتم فنجده 7031,17 ويكون هو مقدار سه أى خارج

القسمة المطلوب

المثال الثالث - اذا أريد إيجاد مقدار 10.5 نرسم للقدر المطلوب

بحرف سه فيكون سه = 10.5 ثم نأخذ لوغاريتم الطرفين فيحدث

$$\text{لوسه} = 10 \text{ لو} 10.5$$

$$\text{وحيث ان لو} 10.5 = 0,2119 \text{ فيكون} 10 \text{ لو} 10.5$$

$$= 0,2119 \text{ ثم نبحث عن العدد المقابل لهذا اللوغاريتم فنجده}$$

$$1,628926 \text{ مقربا من مليون وحيث يكون مقدار سه أى } 1,05 \\ = 1,628926$$

المثال الرابع - اذا أريد إيجاد مقدار $\sqrt[3]{248832}$
نرمز لمقدار هذا الجذر بحرف سه فيكون

$$\text{سه} = \sqrt[3]{248832} \text{ ثم نأخذ لوغاريتم الطرفين فيحدث} \\ \text{لوسه} = \text{لو} \sqrt[3]{248832} \text{ يساوى } \frac{\text{لو} 248832}{3}$$

$$\text{وحيث أن لو } 248832 = 5,39590 \text{ فبقسمته على } 3 \text{ ينتج} \\ 1,07918 \text{ ثم نبحث عن العدد المقابل لهذا اللوغاريتم فنجده } 12$$

تمرين على اللوغاريتمات

$$(866) \text{ اذا علم أن لوغاريتم } 5 = 0,69897 \text{ ، فأيكون لوغاريتم} \\ 625, 125, 25$$

$$(867) \text{ اذا علم أن لوغاريتم } 100 = 2,02119 \text{ ، فأيكون لوغاريتم} \\ 1000, 100, 10$$

$$(868) \text{ اذا علم أن لوغاريتم } 2 = 0,30103 \text{ ، وأن لوغاريتم } 6 \\ 77810 \text{ ، فأيكون لوغاريتم } 8, 9, 12, 18$$

المطلوب حل التمرينات الآتية بواسطة قواعد اللوغاريتمات

$$(869) \text{ المطلوب إيجاد حاصل ضرب } 412 \times 742 \text{ ، و } 508 \times 39 \\ 5054 \times 8900 \text{ ، و } 75 \times 79$$

$$(870) \text{ المطلوب إيجاد خارج قسمة } 512 : 128 \text{ ، و } 75 : 4800 \text{ ، و } 16 \\ : 8700 \text{ ، و } 12 : 38$$

(٨٧١) المطلوب إيجاد مقادير $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{19}$ و $\frac{1}{20}$ و $\frac{1}{30}$

(٨٧٢) المطلوب إيجاد مقادير

$$\sqrt[4]{4096} \text{ و } \sqrt[4]{16807} \text{ و } \sqrt[4]{1024} \text{ و } \sqrt[4]{177147}$$

(٨٧٣) البحث عن الوسط المتناسب الهندسي بين ٨ و ٥١٢ والثالث المتناسب لهما والرابع المتناسب للأعداد ٧١٤ و ٢٣٨ و ٦٣٥

(٨٧٤) ما مقدار أساس المتوالية الهندسية المركبة من أحد هذين الحد الأول ٣ والآخر ٣٠٧٤

(٨٧٥) ما مقدار الحد الأخير من متوالية هندسية حدها الأول ٩ وأساسها ٥ وعدد حدودها عشرة

الربح

٤٢٨ - الربح هو الفائدة التي تنتج من مبلغ مقرض لزمان معين بسعر معلوم

المبلغ المقرض يسمى رأس المال - والسعر هو ربح المائة في السنة وتقديره بانفاق المقرض والمقرض - والزمان هو المدة التي يكون فيها المبلغ عند المقرض

يعتبر في حساب الأرباح وما شاكله أن السنة ٣٦٥ يوما ومن المعتاد حساب اليوم الذي يحصل فيه الاقتراض من المدة وإهمال اليوم الذي يحل فيه الدفع

٤٢٩ - الربح نوعان بسيط ومركب

الربح البسيط

٤٣٠ - الربح البسيط هو ما يبقى فيه رأس المال ثابتا طول مدة الاقتراض (أى انه لا يضاف ربح كل سنة الى رأس المال).

٤٣١ - يبحث فى مسائل الربح عن مقدار الربح أو رأس المال أو الزمن أو السعر متى كانت الكميات الأخرى معلومة
متى تحدد السعر فحساب الربح يؤسس على القاعدتين الآتيتين
الاولى اذا كان الزمن ثابتا فالربح ورأس المال يتناسبان طرديا
الثانية اذا كان رأس المال ثابتا فالربح والزمن يتناسبان طرديا
اذا تقرر هذا نقول ان مسائل الربح البسيط ترجع الى مسائل القاعدة الثلاثية

٤٣٢ - الايراد - الايراد هو ربح مبلغ فى سنة واحدة بسعر معلوم فلا يتعلق الا برأس المال والسعر

ولنذكر المسائل المتعلقة بالربح البسيط مفصلة فنقول

٤٣٣ - أولا - حساب الربح مع معرفة رأس المال والزمن والسعر

المسئلة الاولى ما مقدار ربح ٣٤٥٠ جنيها فى مدة ثلاث سنوات بسعر ٥٪

الحل حيث ان السعر ٥ فيعلم من ذلك أن ١٠٠ جنيهه تربح فى سنة واحدة ٥ جنيهات وحيث أن المطلوب حساب ربح ٣٤٥٠ جنيهه

في مدة ثلاث سنوات فقد آل الامر الى مسألة من القاعدة الثلاثية المركبة يمكن حلها باحدى الطرق السابقة وليكن بطريقة الوحدة فتوضع هكذا

مبلغ جنيه	مدة سنة	ربح جنيه
١٠٠	١	٥
٣٤٥٠	٣	سه

ثم يقال حيث ان مبلغ	جنيه	في مدة سنة	يربح	جنيه
يكون	١	»	١	»
ومبلغ	٣٤٥٠	»	١	»
ومبلغ	٣٤٥٠	»	٣	»
أى	٣٤٥٠	»	٣	»

$$\frac{0}{100}$$

$$\frac{3450 \times 0}{100}$$

$$\frac{3 \times 3450 \times 0}{100}$$

$$517,5$$

أعنى أن ربح مبلغ ٣٤٥٠ جنيه في مدة ثلاث سنوات بسعر ٠.٥ % هو ٥١٧.٥ جنيها و ٥٠٠ ملليم

المسألة الثانية - ما مقدار ربح مبلغ ٧٥٠ فرنكا في مدة عشرة شهور بسعر ٦ %

الحل - حيث أن السعر ٦ فيعلم من ذلك أن ١٠٠ فرنك تربح في سنة أى في اثني عشر شهرا ٦ فرنكات وحيث ان المطلوب معرفة

ربح ٧٥٠ فرنكا في ١٠ أشهر فقد آل الامر الى مسئلة من القاعدة الثلاثية المركبة يمكن حلها باحدى الطرق السابقة هكذا

مبلغ	مدة	ربح
١٠٠ ف	١٢ شهر	٦ ف
٧٥٠	١٠	سـ ف
١٠٠	١٢	٦
٧٥٠	١٢	سـ
٧٥٠	١٠	سـ

وبضرب حدود التناسيل ١ و ٢ في بعضهما يحدث

$$١٠٠ \times ١٢ : ١٠ \times ٧٥٠ :: ٦ \times سـ : سـ \times سـ \text{ أو } ١٠٠ \times ١٢ : ١٠ \times ٧٥٠ :: ٦ : سـ \text{ ومنه}$$

$$٣٧,٥ = \frac{٦ \times ١٠ \times ٧٥٠}{١٢ \times ١٠٠} = سـ$$

أعنى أن الربح المطلوب هو ٣٧,٥ فرنكا

المسئلة الثالثة - اقترض شخص مبلغ ١٥٠٠ فرنك بسعر ٤٪ في يوم ١٥ يونيه فامقدار ربح هذا المبلغ اذا رده في يوم ٨ نوفمبر من السنة عينها

الحل - نحسب المدة من ١٥ يونيه لغاية ٧ نوفمبر (لم يحسب يوم ٨ نوفمبر) فنجدها ١٤٦ يوما ثم يقال حيث أن السعر ٤٪ فيعلم من ذلك أن ١٠٠ فرنك تبيع في السنة أى في ٣٦٥ يوما مبلغ ٤ فرنكات وحيث أن المطلوب معرفة ربح ١٥٠٠ فرنك في مدة ١٤٦ يوما فقد آل الامر الى مسئلة من القاعدة الثلاثية المركبة فتوضع هكذا

مبلغ	مدة	ربح
١٠٠ فرنك	٣٦٥ يوم	٤,٥ فرنك
١٢٠٠ »	١٤٦ »	سـ »

$$\text{وبجملها نجد أن سـ} = \frac{١٥٠٠ \times ١٤٦ \times ٤,٥}{٣٦٥ \times ١٠٠} \text{ أو } \text{سـ} = ٢٧ \text{ فرنك}$$

المسئلة الرابعة - مايراد مبلغ ٢٧٧,٢ جنيه اذا كان السعر ٤,٥ %
 الحل - حيث أن ١٠٠ جنيه تربح ٤,٥ فالجنيه الواحد يربح $\frac{٤,٥}{١٠٠}$
 ومبلغ ٢٧٧,٢ جنيه يربح مقدارا أكبر من ذلك بمقدار ٢٧٧,٢
 مرة أى $\frac{٢٧٧,٢ \times ٤,٥}{١٠٠} = ١٢,٤٧٤$ جنيه

اذا تأملنا في نتائج حل المسائل السابقة نرى أن مقدار الربح يساوى
 حاصل ضرب رأس المال في الزمن في السعر وقسمة الحاصل على
 ١٠٠ اذا كان الزمن مقدرًا بالسنين وعلى ١٢٠٠ اذا كان الزمن
 مقدرًا بأشهر وعلى ٣٦٥٠٠ اذا كان الزمن مقدرًا بأيام
 وأن ايراد أى مبلغ يساوى حاصل ضرب السعر في المبلغ وقسمة
 الناتج على ١٠٠

٤٣٤ - الجملة هي المقدار الناتج من اضافة الربح الى رأس
 المال ففي المسئلة الاولى من مسائل نمرة ٤٣٣ تكون الجملة هي
 $٣٤٥٠ + ٥١٧,٥ = ٣٩٦٧,٥$ فرنكا وفي المسئلة الثانية تكون الجملة هي
 $٧٥٠ + ٣٧,٥ = ٧٨٧,٥$ » » » الثالثة » » »
 $١٥٠٠ + ٢٧ = ١٥٢٧$ »

٤٣٥ - ثانيا - حساب رأس المال مع معرفة الربح والسعر والزمن

مسئلة - ما مقدار رأس المال المقترض بسعر ٤ ٪ وأنتج فائدة قدرها ٧,٥ جنيه في شهرين

الحل - حيث ان السعر ٤ ٪ فيفهم من ذلك أن ١٠٠ جنيه يربح في سنة أى ١٢ شهرا ٤ جنيه وحيث ان المطلوب معرفة مقدار المبلغ الذى يربح ٧,٥ جنيه في شهرين فقد آل الامر الى مسئلة من مسائل القاعدة الثلاثية المركبة توضع هكذا

مبلغ	مدة	ربح
١٠٠ جنيه	١٢ شهر	٤ جنيه
سـ	٢	٧,٥

$$\text{وبحلها يحدث سـ} = \frac{7.5 \times 12 \times 100}{4 \times 2} = 112.5$$

أعنى أن رأس المال هو ١١٢,٥ جنيها

٤٣٦ - ثالثا - حساب الزمن مع معرفة رأس المال والربح والسعر

مسئلة - فى أى مدة يربح مبلغ ٣٥٠ جنيها مبلغا قدره ٧,٥ ٪ متى جنيته اذا كان السعر ٦ ٪

الحل - حيث ان السعر ٦ ٪ فيفهم من ذلك أن ١٠٠ جنيه تربح فى السنة ٦ جنيها وحيث ان المطلوب معرفة المدة

التي يربح فيها مبلغ ٣٥٠ جنيتها مبلغا قدره ٥٧ جنيتها و ٧٥٠ مليا أى ٥٧,٧٥٠ جنيتها فقد آل الامر الى مسألة من مسائل القاعدة الثلاثية المركبة توضع هكذا

مبلغ	سنة	ربح
١٠٠	١	٦ جنيتها
٣٥٠	س	٥٧,٧٥

وبجملها يحدث $\frac{3}{4}$ سنة $= \frac{57.75 \times 100 \times 1}{6 \times 350} =$ س
أعنى أن المدة المطلوبة هي $\frac{3}{4}$ سنة

٤٣٧ - رابعا - حساب السعر مع معرفة الربح ورأس المال والزمن

مسئلة - باى سعر اقترض مبلغ ٩٥٠ فرنكا وبلغت أرباحه ٤٥,٦٠ فرنكا فى مدة ٢٩٢ يوما

الحل - حيث ان مبلغ ٩٥٠ فرنكا يربح فى ٢٩٢ يوما ٤٥,٦٠ فرنكا

وأن السعر المطلوب هو عبارة عن ربح المائة فى السنة أى فى ٣٦٥ يوما فقد آل الامر الى مسألة من مسائل القاعدة الثلاثية المركبة توضع هكذا

مبلغ	يوم	ربح
٩٥٠ فرنك	٢٩٢	٤٥,٦٠ فرنك
١٠٠	٣٦٥	س

وبجملها يحدث س $= \frac{365 \times 100 \times 45.60}{292 \times 950} =$ ٦

أعنى أن السعر المطلوب هو ٦ %

قوانين الارباح البسيطة

٤٣٨ - القانون هو وضع عام يستدل منه على العمليات اللازم
اجراؤها على معالم مسائل متشابهة للحصول على مقدار المجهول في كل منها
٤٣٩ - قانون الربح البسيط - لاجل التعميم يفرض أن مبلغاً م
مقتضى بسعر ع لسنين عددها د ويراد إيجاد ربحه البسيط
فيقال حيث ان ع هو ربح المائة في السنة فيكون ربح الواحد
في السنة $\frac{ع}{١٠٠}$ وربحه في د سنين هو $\frac{د ع}{١٠٠}$ وحينئذ فربح مبلغ م هو
 $\frac{د م ع}{١٠٠}$ واذا رمز للربح بحرف ر يكون
 $\frac{د م ع}{١٠٠} = ر$ (١)

وهذا هو القانون العام للربح البسيط ويعبر عنه بما يأتي
الربح البسيط يساوى حاصل ضرب رأس المال في الزمن في
السعر مقسوماً على مائة

٤٤٠ - من القانون السابق يمكن استخراج كل من رأس المال
والزمن والسعر اذا علمت المقادير الباقية ولذلك يقال اذا ضرب طرفا
المتساوية (١) في ١٠٠ ينتج $١٠٠ ر = د م ع$
ثم اذا قسم طرفا هذه المتساوية الاخيرة على التوالى على د ع
ثم على م ع ثم على د م فينتج

$$٢ = \frac{١٠٠ ر}{د ع} \quad (٢) \quad ٣ = \frac{١٠٠ ر}{د م} \quad (٣) \quad ٤ = \frac{١٠٠ ر}{م ع} \quad (٤)$$

فقانون (٢) يبين ان رأس المال يساوى حاصل ضرب الربح
في ١٠٠ مقسوماً على حاصل ضرب الزمن في السعر

وقانون (٣) يبين أن الزمن يساوى حاصل ضرب الربح في ١٠٠ مقسوما على حاصل ضرب المبلغ في السعر

وقانون (٤) يبين أن السعر يساوى حاصل ضرب الربح في ١٠٠ مقسوما على المبلغ في الزمن

وليتنبه الطالب الى أن الزمن في هذه القوانين يقدر بالسنين فاذا احتوى الزمن على أشهر أو أيام نحوله الى كسر أو عدد كسرى من السنة

وعلى الطالب أن يحل المسائل المبينة بالتمر ٤٣٣ و ٤٣٥ و ٤٣٦ و ٤٣٧ بواسطة هذه القوانين فيتضح له موافقتها للنتائج السابقة

قانون الجملة

٤٤١ - قد ذكرنا بتمرة ٤٣٤ أن الجملة هي المقدار الناتج من اضافة رأس المال الى الربح فلايجاد قانون للجملة يقال

إذا فرض أن جنبها واحدا مقترضا بسعر $\frac{ع}{ب}$ يكون ربحه في سنة هو $\frac{ع}{ب}$ وفي سنين عددها $\frac{ع}{ب}$ هو $\frac{ع \times ع}{ب}$ فاذا رمز للمقدار $\frac{ع}{ب}$ الذي هو ربح الوحدة بحرف ب يكون ربح لجنبه في سنين عددها $\frac{ع}{ب}$ هو ب $\frac{ع}{ب}$ ويكون جملته في هذه السنين هو $١ + ب \frac{ع}{ب}$

وإذا فرض أن مبلغا مقداره م ورمز لجملته بحرف ج فن الواضح أن جملة هذا المبلغ تكون أكبر من جملة الجنيه مرات بقدر م أى

$$ج = م (١ + ب \frac{ع}{ب}) \quad (٥)$$

أى أن جملة أى مبلغ تساوى حاصل ضرب هذا المبلغ في العدد الناتج من اضافة الواحد الى حاصل ضرب الزمن في ربح الوحدة

ولنطبق هذا القانون على حل المسئلة الآتية
مسئلة - ما مقدار الجملة التي يجب أن يدفعها شخص اقترض مبلغ
١٠٠٠ جنيه لمدة ٤ أشهر بسعر ٥٪

الحل - يستعاض في قانون (٥) الحروف بمقاديرها فينتج

$$x = 1000 \left(1 + \frac{1}{4} \times 0.05 \right) \text{ أو } x = 1016 \frac{1}{4}$$
 جنيه مصرى وهو مقدار ما يلزم دفعه عقب
هذه المدة

٤٤٢ - من القانون (٥) السابق يمكن استخراج رأس المال
إذا علمت الجملة والزمن والسعر ويكفى لذلك أن تقسم طرفى المتساوية
(٥) وهى $x = m(1 + \frac{1}{4} \times 0.05)$ على $1 + \frac{1}{4} \times 0.05$ فينتج

$$m = \frac{x}{1 + \frac{1}{4} \times 0.05} \quad (٦)$$

أعنى ان مقدار رأس المال يساوى خارج قسمة الجملة على العدد
الناتج من اضافة الواحد الى حاصل ضرب الزمن فى ربح الواحدة
ولنطبق ذلك على المسئلة الآتية

مسئلة - ما مقدار رأس المال المقرض بسعر ٦٪ وآل الى جملة
قدرها ٨٤٠ جنيه فى سنتين

الحل - نضع فى قانون (٦) بدل الحروف بمقاديرها ينتج

$$m = \frac{840}{1 + \frac{1}{2} \times 0.06} = 750 \text{ جنيه}$$

٤٤٣ - يمكن أن يستخرج من قانون (٥) السابق مقدار الزمن
أو السعر متى علمت الجملة والمقدران الآخران ولكن لا حاجة لذلك
اذ أنه متى علمت الجملة ورأس المال فالفرق بينها يكون هو الربح ومن

الواضح أنه بمعلومية الربح مع المبلغ والسعر يمكن إيجاد الزمن بواسطة قانون (٣)

وبمعلومية الربح والمبلغ والزمن يمكن إيجاد السعر بواسطة قانون (٤) وحينئذ فاهم ما يستعمل من قوانين الجملية هو قانون الجملية وقانون رأس المال

مسائل على الربح البسيط

- (٨٧٦) ما ربح ١٤١٨ جنيتها في مدة ٤ سنوات بسعر ٥ %
 (٨٧٧) ما ربح ٨٦٠٠ جنيتها في مدة ٣ سنين و ٧ أشهر بسعر ٦ %
 (٨٧٨) ما ربح ١٨٢٥ فرنك في مدة سنتين و ١٧٠ يوما بسعر ٤ %
 (٨٧٩) ما مقدار رأس المال المقرض بسعر ٥ % إذا كان ربحه ٥٤٠ فرنك في ٣ سنوات
 (٨٨٠) ما مقدار رأس المال المقرض بسعر ٦ % إذا كان ربحه ٣٧٥٠ جنيتها في ٦ شهور
 (٨٨١) ما مقدار رأس المال المقرض في أول يناير بسعر ٤ % إذا بلغ ربحه يوم ١٥ فبراير ٣١ جنيتها و ٥٣٠ مليما
 (٨٨٢) ما مقدار الزمن الذي ربح فيه مبلغ ٧٦٠٠ قرش مبلغا قدره ١٥٢٠ قرشا بسعر ٥ %
 (٨٨٣) ما مقدار الزمن الذي ربح فيه مبلغ ٩٠٠٠ فرنك مبلغا قدره ٧٢٩ فرنك بسعر ٤ %
 (٨٨٤) ما مقدار الزمن الذي ربح فيه مبلغ ٨٧٥٠ جنيتها مبلغا قدره ١٢٢,٥٠ جنيتها بسعر ٣ %
 (٨٨٥) بأي سعر اقترض مبلغ ٦٠٠٠ جنيه إذا كان ربحه ٥٤٠ جنيتها في سنتين
 (٨٨٦) بأي سعر اقترض مبلغ ٨٠٠٠ شلن إذا كان ربحه ٩٣ شلن و ٤ بنسات في شهرين

(٨٨٧) بأى سعر اقترض مبلغ ١٣٦ جنيه مصرى و ١٦٠ جنيه انجليزى اذا كان ربحه ١٩ جنيها و ٧٠ مليما في سنة و ٢٠ يوما

(٨٨٨) في يوم ٢٠ مارث اقترض شخص ٨٠٠ جنيه بسعر ٦ ٪ فا مقدار ما يجب أن يرد في يوم ١٢ ديسمبر من السنة عينها

(٨٨٩) طولبت ورثة بمبلغ ٢١٧٨ قرش قيمة ما كان اقترض مورثهم مع ربحه بسعر ٦ ٪ من مدة ٣ سنوات و ٦ أشهر فا مقدار المبلغ الذى كان اقترضه

(٨٩٠) شخص له مبلغ ينتج منه ايراد سنوى ١٩٢ جنيها بسعر ٪ فا مقدار هذا المبلغ

(٨٩١) شخص رفض وضع مبلغ ٨٠٠ جنيه بسعر ٪ وبعد ثلاثة شهور وضع هذا المبلغ بسعر ٥ مدة الاشهر الباقية من السنة فهل حسن انتظاره

(٨٩٢) هل الاربح وضع مبلغ ١٥٠٠٠ قرشا بسعر ٣ ٪ أم وضع $\frac{1}{5}$ هذا المبلغ بسعر ٢ ٪ وباقي المبلغ بسعر ٤ ٪

(٨٩٣) شخص اقترض مبلغ ١٥٠٠ فرنك بسعر ٥ ٪ فدفع ثلث هذا المبلغ بعد ٣ أشهر وباقيه مع الربح في آخر السنة فا مقدار مادفعه أخيرا

(٨٩٤) شخص اقترض مبلغ ٣٠٠ جنيه بسعر ٥ ٪ وبعده سنة رد ١٠٠ جنيه وبعد سنة أخرى رد ١٠٠ جنيه ثم بعد سنة ثالثة رد مابقى عليه والارباح فا مقدار مادفعه أخيرا

(٨٩٥) أعطى رجل جميع ما يملكه لاولاده الا مبلغا يأتيه منه ايراد شهري قدره ٢٠٠ فرنك بسعر ٤ ٪ وهذا المبلغ يعادل ربع ماله فا مقدار ما كان يملكه

(٨٩٦) مبلغ ١٢٠٠٠ فرنك قسم الى جزأين فوضع أحدهما بمعدل ليربح بسعر ٤ ٪ وثانيهما في محل آخر ليربح بسعر ٦ ٪ فحصل منه ايراد يعادل ايراد المبلغ جميعه بسعر ٥ ٪ والمطلوب معرفة مقدار كل من الجزأين

(٨٩٧) ساج عند قيامه للسياحة وضع في بنك ١٠٠٠ جنيه انجليزي لتربح ربحا بسيطا بسعر ٣ ٪ وعند عودته استلم مبلغ ٩٨٦ جنيه مصرى و ٧٠٠ مليم قيمة ما كان وضعه مع أرباحه فما المدة التي قضاه في السياحة

(٨٩٨) بعدكم سنة يصير ربح أى مبلغ مساويا له اذا كان السعر ٥ ٪

(٨٩٩) اقسام الفائدة التي تنتج من ربح ١٠٠٠ جنيه بسعر ٥ ٪ مدة سنتين و ٢١٩ يوما بين شخصين بحيث يأخذ أحدهما $\frac{3}{4}$ ما يأخذ الآخر

(٩٠٠) شخص عند مبلغ ٤٥٠٠ جنيه فهل الأرجح له أن يشتري به أرضا بسعر الفدان ٦٠ ويمكن ايجار الفدان في السنة بمبلغ ٥٥ جنيه (بد المصاريف) أو يضعه في مشروع يربح ٧ ٪ في السنة

(٩٠١) شخص قسم ماله الى ثلاثة أقسام فوضع الاول بسعر ٥ ٪ مدة ٣ سنوات ٨ أشهر ووضع الثاني الذي هو ضعف الاول بسعر ٥ ٪ مدة ٣ سنوات ٦ أشهر ووضع الثالث الذي هو ثلاثة أمثال الثاني بسعر ٤ ٪ مدة ٣ سنين و ٩ أشهر فكان مجموع الارباح ١٤١٥٠ فرنكا فما مقدار كل جزء منها

(٩٠٢) ما السعر الذي ينتج بواسطته ربح ضعف رأس المال في مدة ٣٠ سنة

(٩٠٣) شخص وهب لولدى أخيه ربح مبلغين بسعر ٣ ٪ واشترط أن لا يأخذ كل منهما ما يخصه الا اذا بلغ سن الخامسة والعشرين وكان سن الاكبر وقتئذ ١٣ سنة وسن الاصغر ١٠ سنين وبلغ كل منهما سن ٢٥ أخذ ١٨٠٠ جنيه والمطلوب معرفة المبلغين الاصليين

(٩٠٤) ما مقدار المبلغ الذي يمكن أن يسدد من ربحه في مدة ٣ سنين بسعره ٥ ٪ ثمن قطعة أرض مساحتها ٧٢٠ مترا مربعا وثن الذراع المجارى المربع ١٠٥ جنيه

(٩٠٥) قسم رجل أمواله الى ثلاثة أقسام مختلفة فكان الاول $\frac{3}{10}$ الثاني والثالث يعادل مجموع القسمين الآخرين واشترى بالقسم الاول عقارا ايراده السنوى ٥ ٪ وبالقسم الثاني أرضا ايرادها السنوى ٤ ٪ واستعمل القسم الثالث في تجارة ربحت ٣ ٪ وكان مجموع ايراده ١٤٩٥٠ جنيها فما أصل ماله

(الربح المركب)

٤٤٤ - الربح المركب هو ربح المبلغ المقرض وأرباحه أرباحه
ففيه يضاف ربح كل سنة الى رأس المال ويجعل الناتج رأس مال
جديد ليربح في السنة التالية

مجموع المبلغ المقرض والارباح يسمى بالجملة ومن الواضح أن الفرق
بين الجملة والمبلغ المقرض هو مقدار الربح المركب
ويدخل في حساب الارباح المركبة وما يتعلق بها ربح الواحدة
بدلاً عن السعر

ويتعلق بحساب الارباح المركبة أربع مسائل - الاولى حساب
الجملة - الثانية حساب رأس المال - الثالثة حساب الزمن - الرابعة
حساب السعر وستأتي بها مفصلة فنقول

٤٤٥ - أولاً - حساب الجملة مع معرفة رأس المال والزمن
والسعر

مسئلة - ما مقدار الجملة التي يؤل إليها مبلغ ٥٠٠ جنيه مقرضاً
بالربح المركب بسعر ٥ ٪ لمدة ٣ سنين

الحل - نبحث عن ربح ٥٠٠ جنيه في سنة بسعر ٥ ٪ فنجد
٢٥ وباضافته الى رأس المال ينتج ٥٢٥ جنيه وهذا المبلغ يعتبر رأس مال
جديد في أول السنة الثانية ويكون ربحه في هذه السنة بسعر ٥ ٪ هو
٢٦,٢٥ جنيه وباضافته الى رأس مال السنة الثانية ينتج ٥٥١,٢٥ جنيه

وهذا المبلغ يعتبر رأس مال جديد في أول السنة الثالثة ويكون ربحه في هذه السنة بسعر ٥ ٪ هو ٢٧,٥٦٢٥ و بإضافته الى رأس مال السنة الثالثة ينتج ٥٧٨,٨١٢٥ جنيها وهو جملة مبلغ ٥٠٠ جنيه بالربح المركب لمدة ٣ سنين بسعر ٥ ٪

٤٤٦ - قد شاهدنا من حل المسئلة السابقة أنه يلزم تكرار اضافة ربح كل سنة الى رأس مالها ثم البحث عن ربح الناتج وفي هذا اطالة في العمل اذا كان مقدار الزمن كبيرا

ولنبحث عن قاعدة بها يتمكن حساب الربح المركب لأي مبلغ في مدة ما من الزمن ولذلك نرمز للمبلغ المقترض بحرف م ولربح الوحدة بحرف ب وللزمن بحرف د ثم يقال اذا فرض أن جنيها واحدا ربحه في السنة ب تكون جملته في آخر السنة هي ١ + ب وحينئذ فالمبلغ المرموز له بحرف م يؤل آخر السنة الاولى الى جملة قدرها م (١ + ب) وهذا المبلغ يعتبر رأس مال جديد في السنة الثانية وتكون جملته في آخر هذه السنة هي م (١ + ب) (١ + ب) = م (١ + ب)² وحيث ان هذا المبلغ يعتبر رأس مال جديد في أول السنة الثالثة تكون جملته في آخر هذه السنة هي م (١ + ب) (١ + ب)² = م (١ + ب)³ وبالاستمرار على ذلك يعلم أن رأس المال يؤل بعد مضي السنين المرموز لها بحرف د الى م (١ + ب) د فاذا رمز للجملة بحرف ح يكون

$$(١) \quad \text{ح} = \text{م} (١ + \text{ب})^{\text{د}}$$

أعني أن جملة أى مبلغ يربح ربها مربكا تساوى حاصل ضرب رأس المال فى مجموع الواحد وربحه مرفوعا ذلك المجموع الى قوة بقدر عدد السنين

مسئلة - المطلوب معرفة مقدار مايؤل اليه مبلغ ١٥٠٠٠ عقب ١٦ سنة مقترضا بالربح المركب بسعر ٥ ٪

الحل - نضع فى القانون السابق بدل الحروف مقاديرها فينتج

$$= 15000 \times 1.05^{16} \text{ نأخذ اللوغاريتم الطرفين فيكون}$$

لو $= 15000 + 16 \text{ لو } 1.05$ ثم نبحت عن هذه اللوغاريتمات فنجد لو $15000 = 4.17609$ ولو $1.05 = 0.02119$ فيكون

$$= 4.17609 + 16 \times 0.02119$$

$$\text{أو لو } = 4.17609 + 0.33904 \text{ أو}$$

لو $= 4.51513$ يكون العدد المقابل لهذا اللوغاريتم وهو 32743.8 هو مقدار $=$ أو 32743.8 قرشا

ويصح أن نبحت عن مقدار 1.05^{16} فقط بواسطة اللوغاريتم ثم نضرب الناتج فى ١٥٠٠٠

٤٤٧ - تنبيه اذا كان الزمن محتويا على أشهر أو أيام خلاف السنين فبعد ايجاد الجملة بالنسبة لعدد السنين تعتبر رأس مال ونبحث عن ربحها فى الايام أو الاشهر الزائدة عن السنين

فاذا أريد إيجاد جملة الربح المركب لمبلغ ١٥٠٠٠ قرش بسعر ٠.٥٪
مدة أشهر سنة $\frac{1}{16}$ نبحت عن الجملة في سنة فنجدها ٣٢٧٤٣,٨ ثم نبحت
عن ربح هذه الجملة في ٨ أشهر فنجده ١٠٩١,٥٠ فتكون الجملة المطلوبة
٣٣٨٣٥,٣

٤٤٨ - تنبيه يراد في بعض الاحيان أن يضاف الربح كل ١٦ أشهر
ولذلك يستعمل القانون (١) السابق غير أنه يوضع فيه نصف ربح
الوحدة بدلا عن ربحها وضعف عدد السنين بدلا عنها

مثال مبلغ ٦٠٠٠ جنيه مقترض بربح مركب بسعر ٠.٥٪ لمدة $\frac{1}{4}$ سنين
و ٦ أشهر بحيث تضاف الارباح كل ٦ أشهر فما تكون جملته عقب
هذه المدة

الحل - نستعمل القانون $\frac{1}{2} = 2(1 + \frac{r}{100})^n$ ويجعل فيه $\frac{1}{2} = 9$
وب $0.025 = r$

فيكون $\frac{1}{2} = 6000 \times 1.025^9$ ويعمل الحساب نجد أن
 $\frac{1}{2} = 7406.833$ جنيه

٤٤٩ - وإذا أريد اضافة الربح كل ٣ أشهر فنبحث عن عدد
مرات احتواء المدة على ٣ أشهر وعن ربح المائة في ٣ أشهر ثم نضع
في القانون السابق بدل الزمن عدد مرات احتواء المدة على ٣ أشهر وبدلا
عن ربح الوحدة في سنة ربحها في ٣ أشهر

مثال مبلغ ٥٠٠٠ جنيه مقترض بربح مركب بسعر ٠.٨٪ لمدة ٣ سنين
و ٩ أشهر بحيث تضاف الارباح كل ٣ أشهر فما جملته عقب هذه المدة

الحل - نستعمل قانون الجملة السابق وهو $\frac{C}{(1+i)^n}$ ويجعل فيه $C = 15$ و $b = 0.2$ و $\frac{10}{10}$ فنجد أن $5000 \times 1.02 = 6729,485 = C$

٤٥٠ - ثانياً - حساب رأس المال مع معرفة الجملة والزمن والسعر

من قانون جملة الربح المركب الذي هو $\frac{C}{(1+i)^n} = M$ يمكن استخراج M بقسمة الطرفين على $(1+i)^n$ فينتج

$$(2) \quad \frac{C}{(1+i)^n} = M$$

مسئلة - ما مقدار المبلغ المقرض بسعر ٦% حتى آل الى جملة مقدارها ١٤٣٢٨,٠٦٥ جنيه بعد ١٠ سنين

الحل - نغير في القانون (٢) الحروف بمقاديرها فيحدث

$$C = \frac{14328,065}{1,06^{10}} \text{ ثم نأخذ لوغاريتم الطرفين فيحدث}$$

$$C = 10 - 14328,065 \text{ لو } 1,06 \text{ ثم نبحث عن هذه اللوغاريتمات}$$

$$\text{فنجد لو } 14328,065 = 4,15519 \text{ و لو } 1,06 = 0,2531$$

$$\text{فيكون } 10 \text{ لو } 1,06 = 10,2531 \text{ ويكون}$$

$$\text{لو } C = 3,90209 \text{ وبناء عليه يكون } C = 8000 \text{ جنيه}$$

٤٥١ - ثالثاً - حساب الزمن مع معرفة الجملة ورأس المال والسعر

من قانون جملة الربح المركب يمكن استخراج مقدار الزمن ولذلك يقال

حيث ان $\text{ح} = \text{م} + \text{ب}$ فاذا أخذ لوغاريتم الطرفين يحدث
 $\text{لو ح} = \text{لو م} + \text{لو (ب + ١)}$ وبطرح لو م من
 الطرفين يحدث

$\text{لو ح} - \text{لو م} = \text{لو (ب + ١)}$ وبقسمة الطرفين على
 لو (ب + ١) ينتج

$$\text{لو ح} = \frac{\text{لو ح} - \text{لو م}}{(\text{ب} + ١)} \quad (٣)$$

مسئلة - مبلغ ١٨٠٠ شلن مقترض بالربح المركب بسعر ٤ ٪
 وآل بعد مدة الى ٢٨٨١,٦٠٢ شلنا والمطلوب معرفة مدة الاقتراض

الحل - نضع في القانون (٣) بدل الحروف مقاديرها فينتج

$$\text{لو ح} = \frac{\text{لو ٢٨٨١,٦٠٢} - \text{لو ١٨٠٠}}{\text{لو ١,٠٤}} \quad \text{ثم نبحث عن مقادير هذه اللوغاريتمات}$$

$$\text{فيجدث} \quad \text{لو ح} = \frac{٣٥٩٦٣ - ٣٥٢٥٢٧}{٠,٠١٧٠٣} \quad \text{أو}$$

$$\text{لو ح} = ١٢ \text{ سنة}$$

٤٥٢ - رابعا - حساب السعر مع معرفة الجملة ورأس المال
 والزمن

من قانون جملة الربح المركب يمكن استخراج مقدار ربح الوحدة
 ومنه يعلم السعر ولذلك يقال حيث ان

$\text{ح} = \text{م} + \text{ب}$ فبأخذ لوغاريتم الطرفين ينتج
 $\text{لو ح} = \text{لو م} + \text{لو (ب + ١)}$ وبطرح لو م من الطرفين
 والقسمة على لو (ب + ١) ينتج

$$\text{لو ح} = \frac{\text{لو ح} - \text{لو م}}{(\text{ب} + ١)} \quad (٤)$$

أعني أنه يطرح لوغار يتم المبلغ من لوغار يتم الجملة ويقسم الباقي على عدد السنين والخارج يكون مقدار مجموع لوغار يتم الواحد وربحه فإذا بحث عن العدد المقابل له ينتج الواحد وربحه ثم يطرح منه واحد ويضرب الباقي في ١٠٠ ينتج السعر المطلوب

مسئلة - بأي سعر اقترض مبلغ ٤٠٠٠ جنيه بالربح المركب حتى بلغت جملته بعد ١٥ سنة ٧٧٤٢,٠٨٠ جنيها

الحل - نضع في قانون بدل الحروف مقاديرها ينتج

$$\text{لو} = \frac{٧٧٤٢,٠٨٠ - ٤٠٠٠}{١٥} = (١ + ب)$$

$$\text{أو} = \frac{٣٥٦٠٢٠٦ - ٣٥٨٨٨٨٨٥}{١٥} = (١ + ب) \text{ أي}$$

$$(١ + ب) = ٠,١٩١٢$$

ثم نبحث عن العدد المقابل لهذا اللوغار يتم فينتج $١ + ب = ١,٠٤٥$ وحينئذ يكون $ب = ٠,٠٤٥$ ويكون $١٠٠ ب = ٤,٥$ أي $٤,٥ \%$

(مسائل على الأرباح المركبة)

(٩٠٦) شخص اقترض مبلغ ٧٢٠٠ فرنك لمدة ٥ سنين بسعر ٤% فما مقدار ما يلزم أن يدفعه عقب هذه المدة

(٩٠٧) ما مقدار رأس المال المقترض بسعر ٦% لمدة ١٢ سنة وآل الى جملة قدرها ١٢٠٧٤,٤٤ فرنك

(٩٠٨) في أي مدة يؤل مبلغ ١٢٠٠ جنيه مقترضا بسعر $٤,٥ \%$ الى جملة قدرها ١٤٣١ جنيها و ٦٦ مليما

(٩٠٩) شخص اقترض مبلغ ٥٠٠ جنيها وبعد ٣ سنين رد ما اقترضه وأرباحه المركبة التي قدرها ٩٥ جنيها و ٥٢٩ مليما فاسعر الربح

(٩١٠) شخص اقترض مبلغ ١٠٠٠٠ جنيها لمدة ٥ سنوات بسعر ٣٪
ثم اقترض نصف هذا المبلغ لشخص بسعر ٤٪ لمدة ٤ سنوات ولا تنح باقيه لمدة ٤ سنوات أيضا بسعر ٥٪ فا فائدة من ذلك

(٩١١) وثيقة محررة بمبلغ ٦٩٤ جنيها و ٥٨٣ مليما قيمة ما اقترضه شخص مضافا اليه الربح المركب بسعر ٥٪ لمدة ٣ سنين فامقدار المبلغ المقرض

(٩١٢) مزارع اشترى ٥٠٠ فدان بسعر الفدان ٦٠ جنيها ودفع $\frac{3}{5}$ الثمن وأجل دفع الباقي فحسب عليه بالارباح المركبة بسعر ٣٪ ولما دفع بعد مدة مبلغ ١٤٢٥٢ جنيها و ٢٥٨ مليما والمطلوب معرفة هذه المدة

(٩١٣) تاجر اشترى بضائع بمبلغ ٦٠٠ جنيها ودفع نصف الثمن وحور وثيقة بمبلغ ٣٣٠٫٧٥ جنيها قيمة الباقي عليه وارباحه المركبة لمدة سنتين فاسعر الذي حسب به هذا الربح

(٩١٤) فدان ارض كان ثمنه ٧٢ جنيها ومرت ملكيته بين ١٠ أشخاص وكان كل واحد يبيعه بأرباح قدرها ٥٪ من ثمن مشتراه فامقدار مادفعه المشتري العاشر

(٩١٥) خاتم من الماس كان ثمنه ٣١٫٥ جنيها يبع أولا بربح ٣٪ ثم ثانيا بربح ٣٪ أيضا من الثمن الذي اشترى به وهكذا فامن الخاتم عند وصوله لشترى الخامس

(٩١٦) اوجد الفرق بين الربح البسيط والمركب لمبلغ ٨٠٠٠ جنيها بسعر ٦٪ لمدة ٥ سنين

(٩١٧) احسب الربح المركب لمبلغ ٣٠٠ جنيها مقرضا بسعر ٥٪ بحيث يضاف الربح في كل ٦ أشهر

(٩١٨) انا كان الفرق بين الربح البسيط والمركب لمبلغ مقرض بسعر ٥٪ لمدة سنتين هو جنيها واحد فامقدار هذا المبلغ

(٩١٩) اقترض مبلغ بربع مركب فكان ربحه في آخر السنة الاولى ٨١ جنيه
وفي آخر السنة الثانية ٨٥ و ٨٦ و ٨٥ المطلوب معرفة المبلغ والسعر
(٩٢٠) احسب الربح المركب لمبلغ ١٥٠٠ جنيه مقرضا بربع مركب
بسعر ٢ ٪ ص كل ٤ أشهر ويضاف الربح كل ٤ أشهر

(الحطيطة)

٤٥٣ - تمهيد - قد جرت العادة في الاعمال التجارية أن يؤجل
دفع ثمن البضائع كله أو بعضه لمدة يتفق عليها وفي هذه الحالة يحرر
المدين وثيقة (كبيالة) للدائن يذكر فيها مقدار الدين واليوم الذي اتفق
على الدفع فيه والمكان الذي يدفع فيه وقبل حلول يوم الدفع لا يكون
للدائن حق في مطالبة المدين بمقدار الدين فاذا اضطر الدائن الى تقود
عاجلة قبل حلول الميعاد جاز له أن يتنازل عن الوثيقة لاحد الصيارف
ويترك له في نظير ذلك مبلغا يتفق عليه فالمبلغ الذي يحجزه الصراف
يسمى حطيطة

وكما تكون الوثيقة بأثمان بضائع قد تكون بمبالغ مقرضة
اذا تقرر هذا فيسهل معرفة ما يراد بالحطيطة من التعريف الاتي
٤٥٤ - الحطيطة هي ما يحجز من وثيقة اذا أريد استلام قيمتها
قبل حلول ميعادها
ويتفق في الحطيطة على مقدار مخصوص هو حطيطة المائة في سنة
ويسمى السعر

٤٥٥ - القيمة الاسمية هي المبلغ المبين في الوثيقة

- ٤٥٦ - القيمة الحالية هي ما يستلمه صاحب الوثيقة
 ٤٥٧ - مسائل الحطيطة تتعلق بقيمة الوثيقة والزمن والسعر
 والحطيطة ومتى علم ثلاث من هذه الكميات أمكن إيجاد الكمية الرابعة
 ٤٥٨ - الحطيطة نوعان خارجية وداخلية ومنين كلا منهما
 فنقول

(الحطيطة الخارجية)

- ٤٥٩ - الحطيطة الخارجية هي عبارة عن الربح البسيط للقيمة
 الاسمية للوثيقة من يوم الدفع الى يوم حلول ميعادها بسعر معلوم
 ويؤخذ من ذلك أن حسابها كحساب الربح البسيط ويتعلق به
 أربع مسائل تحل كما تقدم في الربح البسيط
 ولزيادة الايضاح نذكر المسئلة الآتية وكيفية حلها فنقول
 مسئلة - وثيقة بمبلغ ١٨٠٠ فرنك تستحق الدفع بعد ٧٣ يوما
 مامقدار حطيظتها الخارجية بسعر ٥ ٪

الحل - لذلك يستعمل قانون الربح البسيط ويغير فيه حرف
 (رمز الربح) بحرف ع الذي يجعل رمز الحطيطة فيكون

$$\frac{ع \cdot ١٠٠}{١٠٠} = ع$$

وباستبدال الحروف بمقاديرها ينتج

$$١٨ = \frac{ع}{١٠٠} \times \frac{٧٣}{٣٦٥} \times ١٨٠٠ = ع$$

أعنى أن الحطيطة هي ١٨ فرنكا وحينئذ تكون القيمة الحالية
للوثيقة هي $1800 - 18 = 1772$ فرنك

٤٦٠ - تنبيه - حيث أن مسائل الحطيطة الخارجية هي
كمسائل الربح البسيط فيكتفى بذكر المسئلة السابقة وعلى الطالب أن
يشتغل بحل المسائل المتعلقة بإيجاد قيمة الوثيقة أو الزمن أو السعر
مضى علمت الثلاث كميات الأخرى

(الحطيطة الداخلية)

٤٦١ - الحطيطة الداخلية هي ربح القيمة الحالية للوثيقة من
يوم الدفع الى يوم حلول ميعادها بسعر معلوم
ولنوضح ذلك بحل المسئلة الآتية فنقول

مسئلة - مامقدار الحطيطة الداخلية لوثيقة بمبلغ ١٨٠٠ فرنك
تستحق الدفع بعد ٧٣ يوما بسعر ٥ ٪

الحل - نبحث عن القيمة الحالية للوثيقة أى نبحث عن المبلغ
الذى إذا أضيف اليه ربحه في ٧٣ يوما بسعر ٥ ٪ ينتج المبلغ المبين
في الوثيقة ولذلك نفرض مبلغا اختباريا وليكن فرنكا واحدا ونبحث
عن ربحه في ٧٣ يوما بسعر ٥ ٪ فنجد أن مقدار الربح هو ٠,١ ف
ثم يضاف الى الفرنك فينتج ١,١ ف ويقال اذا كانت وثيقة بمبلغ
١,١ ف تستحق الدفع بعد ٧٣ يوما تكون قيمتها الحالية بسعر ٥ ٪
هى فرنك واحد فالوثيقة التى بمبلغ فرنك واحد تكون قيمتها $\frac{1}{1,05}$

والوثيقة التي بمبلغ ١٨٠٠ فرنك تكون قيمتها الحالية $\frac{1800}{1.01}$ (١)
أى ١٧٧٢,١٨ وهذا المقدار هو ما يستلمه صاحب الوثيقة وأذن
قيمة الحطيطة الداخلية هي $1800 - 1772,18 = 27,82$ فرنكا

٤٦٢ - ويمكن أن يستخرج مقدار الحطيطة الداخلية عوضا
عن استخراج القيمة الحالية ولذلك يقال حيث ان الوثيقة التي بمبلغ
١,٠١ ف قيمتها الحالية ١ ف فتكون حطيظتها ٠,٠١ فاذا فرض وثيقة
بمبلغ فرنك واحد تكون حطيظتها الداخلية $\frac{1.01}{1.01}$ والوثيقة التي بمبلغ
١٨٠٠ فرنك تكون حطيظتها الداخلية $\frac{1800 \times 1.01}{1.01}$ (٢)

ويمكن أن يعبر عن مقدار القيمة الحالية للوثيقة ومقدار الحطيطة
الداخلية بالقانونين الاتيين المستنبطين من الوضعين (١) و(٢)

٤٦٣ - مقدار القيمة الحالية لوثيقة بعد حجز حطيظتها الداخلية
يساوى خارج قسمة القيمة الاسمية على مجموع الواحد وربحه في المدة
المعينة بالسعر المعلوم

٤٦٤ - مقدار الحطيطة الداخلية لوثيقة يساوى حاصل ضرب
القيمة الاسمية في ربح الواحد في المدة المعينة بالسعر المعلوم وقسمة
النتائج على مجموع الواحد وربحه المذكور

٤٦٥ - تنبيه (١) حيث ان الحطيطة الداخلية هي ربح القيمة
الحالية للوثيقة ومن الواضح أنه بإضافة القيمة الحالية الى مقدار الحطيطة
تنتج القيمة الاسمية فيمكن حساب القيمة الحالية من قانون الجملة
المذكور بمرمرة (٤٤١) وكذلك يمكن بواسطته حساب السعر أو الزمن

أو المبلغ متى علمت الكميات الثلاث الأخرى وعلى الطالب أن يشتغل بإيجاد هذه المقادير متى علمت ثلاثة منها

٤٦٦ - تنبيه (٢) الفرق بين الخطة الداخلية والخارجية لوثيقة واحدة بسعر واحد يساوى ربح الخطة الداخلية بالسعر والمدة عينها

فإذا كانت وثيقة بمبلغ ١٨٠٠ فرنك تستحق الدفع بعد ٧٣ يوما فإن مقدار خطيتها الخارجية بسعر ٥ ٪ هي ١٨ فرنكا كما في نمرة ٤٥٩ ومقدار خطيتها الداخلية بالسعر عينه هي ١٧,٨٢ فرنكا كما في نمرة ٤٦٢ والفرق بين الخطين هو ٠,١٨ ف وهذا الفرق هو ربح الخطة الداخلية إذ أن ربحها في المدة المذكورة هو $\frac{0 \times 73 \times 17,82}{360 \times 100}$
 $= 17,82, 0,18 =$ ف تقريبا

٤٦٧ - تنبيه (٣) إذا كانت المدة أكثر من سنة فيطلب أحيانا أن تكون الخطة الداخلية بحساب الربح المركب لذلك تكون القيمة الحالية هي عبارة عن المبلغ الذي هو وربحه المركب يساوى القيمة الاسمية للوثيقة وحينئذ فيمكن إيجاد القيمة الحالية من قانون رأس المال في الربح المركب المبين بنمرة (٤٥٠) مثال - المطلوب حساب الخطة الداخلية لسند بمبلغ ١٥٤٣,٥ شان يستحق الدفع بعد سنتين بسعر ٥ ٪ بالربح المركب

لذلك يستعمل القانون $m = \frac{p}{(1+r)^n}$ ويعتبر فيه p القيمة الاسمية و m القيمة الحالية و r ربح الوحدة و n الزمن فيكون $m = \frac{1043,50}{1,05^2}$ ومنه $m = 1400$ شان أى ٧٠ جنيا انكليزيا

٤٦٨ - قد جرت العادة في الاعمال التجارية أن تكون مدة الحطيطة أقل من سنة وحينئذ تحسب الحطيطة بالربح البسيط الا اذا طلب حسابها بالربح المركب

(مسائل على الحطيطة)

(٩٢١) وثيقة بمبلغ ١٥٠٠ فرنكا تستحق الدفع بعد شهرين مامقدار حطيظتها الخارجية بسعره $\frac{1}{4\%}$

(٩٢٢) وثيقة بمبلغ ١٨٥٠ قرش بيعت بسعر $\frac{1}{4\%}$ وكان مقدار حطيظتها الخارجية $\frac{1}{4\%}$ فما مقدار الزمن بين يوم البيع ويوم استحقاقها

(٩٢٣) شخص استلم ٥٩٣ و ٢٥ جنيتها في نظير وثيقة بمبلغ ٦٠٠ جنيه كانت تستحق الدفع بعد ٣ أشهر تاركا الحطيطة الخارجية فاسعرها

(٩٢٤) بيعت وثيقة كانت تستحق الدفع بعد ٤٥ يوما بسعره $\frac{1}{4\%}$ فكان مقدار الحطيطة الخارجية $\frac{1}{16\%}$ شلن جنيه انجليزى فما القيمة الاسمية للوثيقة

(٩٢٥) وثيقة بمبلغ ٦٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ أشهر مامقدار حطيظتها الداخلية بسعره $\frac{1}{4\%}$

(٩٢٦) وثيقة بمبلغ ٢٥٥٠ فرنكا بيعت بسعره $\frac{1}{4\%}$ وكان مقدار الحطيطة الداخلية ٥٠ فرنكا فما مقدار الزمن من يوم البيع الى يوم استحقاقها

(٩٢٧) وثيقة بمبلغ ١٢٠٠ قرش تستحق الدفع بعد أشهر بلغ مقدار حطيظتها الداخلية ١٤ و ٨٨ قرشا فما سعر الحطيطة

(٩٢٨) شخص استلم مبلغ ٨ و ١٦ شلن جنيه في مقابلة وثيقة كانت تستحق الدفع بعد ٣ أشهر وتاركا الحطيطة الداخلية بسعره $\frac{1}{4\%}$ فما مقدار القيمة الاسمية للوثيقة

(٩٢٩) وثيقة تستحق الدفع بعد ٦ شهور قيمتها الاسمية ١٨٠٠ جنيه هل الاربح لصاحبها أن يبيعها بحطية خارجية بسعر ٣٥٠ ٪ أم بحطية داخلية بسعر ٣٧٥ ٪

(٩٣٠) صراف رفض مشتري وثيقة بمبلغ ٢٥٥ جنيه تستحق الدفع بعد ١٤٦ يوما وكان صاحب الوثيقة سمح بحطية داخلية بسعر ٥ ٪ لكنه بعد ٥ أيام قبل مشتراها بالسعر عينه غير أنه يكون الحساب من الحطية الخارجية فـ الفرق بين الحالتين

(٩٣١) الفرق بين الحطية الداخلية والخارجية لوثيقة تستحق الدفع بعد شهرين هو ٣ قرنتل فـا مقدار قيمتها الاسمية اذا كان السعر في كل حالة هو ٦ ٪

(الاجل المتوسط أو المشترك)

٤٦٩ - الغرض من قاعدة الاجل المتوسط البحث عن المدة التي تدفع في نهايتها جملة مبالغ تستحق الدفع في مواعيد مختلفة اذا أريد دفعها في يوم واحد

مسئلة - شخص عليه لآخر ثلاثة مبالغ الاول ٨٠٠ قرش ويستحق الدفع بعد شهرين والثاني ٧٠٠ قرش ويستحق الدفع بعد ٤ أشهر والثالث ٥٠٠ قرش ويستحق الدفع بعد ٦ شهور ويريد دفع هذه الديون في يوم واحد فبعد كم شهر يدفعها

الحل - نفرض أن هذه المبالغ ينتفع بها المديون على حساب ٥ ٪ فتكون الفائدة التي تنتج منها هي

$$\frac{0.05 \times 800}{1200}, \frac{0.05 \times 700}{1200}, \frac{0.05 \times 500}{1200}$$

وحيث ان المديون ملزم بأن يدفع $\frac{ج}{٨٠٠} + \frac{ج}{٧٠٠} + \frac{ج}{٦٠٠}$ أو $\frac{ج}{٢٠٠}$
 فيراعى أن تكون المدة المطلوبة هي التي يرجح فيها هذا المبلغ ربها يعادل
 الارباح الناتجة من المبالغ المذكورة فاذا رمز لهذا الزمن بحرف \mathcal{D} تكون
 $\frac{٥ \times ٦ \times ٥٠٠}{١٢٠٠} + \frac{٥ \times ٤ \times ٧٠٠}{١٢٠٠} + \frac{٥ \times ٢ \times ٨٠٠}{١٢٠٠} = \frac{٥ \times \mathcal{D} \times ٢٠٠٠}{١٢٠٠}$
 يكون $\frac{٦ \times ٥٠٠}{٢٤٠} + \frac{٤ \times ٧٠٠}{٢٤٠} + \frac{٢ \times ٨٠٠}{٢٤٠} = \frac{\mathcal{D} \times ٢٠٠٠}{٢٤٠}$ أو
 $٦ \times ٥٠٠ + ٤ \times ٧٠٠ + ٢ \times ٨٠٠ = \mathcal{D} \times ٢٠٠٠$
 أو $\frac{٧٤٠٠}{٢٠٠٠} = \frac{٦ \times ٥٠٠ + ٤ \times ٧٠٠ + ٢ \times ٨٠٠}{٢٠٠٠} = \mathcal{D}$
 $\mathcal{D} = ٣$ أشهر و ٢١ يوما

أعنى أنه يجب دفع هذه المبالغ بعد ٣ أشهر و ٢١ يوما
 وحيث ان السعرة لادخل له في حل المسئلة الاللتصوّر وضعها
 يستنتج القانون الاتي

٤٧٠ - لتعين الاجل المتوسط لجملة مبالغ تستحق الدفع
 في مواعيد مختلفة ويراد دفعها في وقت واحد نضرب كل مبلغ في المدة
 الباقية له ونجمع حواصل الضرب ونقسم مجموعها على مجموع المبالغ
 فالنتائج هو الاجل المتوسط المطلوب

٤٧١ - تنبيه (١) يراعى توحيد الازمنة أى جعلها من نوع
 واحد وكذا يراعى توحيد أنواع المبالغ

٤٧٢ - تنبيه (٢) عند اجراء عملية القسمة يكفى ايجاد
 الخارج الى الايام ويقرب الكسر الناتج بعدها من يوم بالزيادة
 أو بالنقص

مسائل على الاجل المتوسط

(٩٣٢) تاجر اشترى دقيقا بمبلغ ١٢٠٠٠ فرنك بشرط أن يدفع الثمن كالاتي ٣٠٠٠ فرنك بعد ٤٠ يوما و ٤٠٠٠ فرنك بعد ٦٠ يوما و ٥٠٠٠ فرنك بعد ٩٠ يوما فإذا أراد دفع هذا المبلغ في وقت واحدة فبعد كم يوما يدفعه

(٩٣٣) في يوم ٢٠ يناير باع رجل من ذوى الاملاك عقارا بمبلغ ٢٨٠٠٠ جنيه بشرط أن يكون دفع الثمن كالاتي ٤٠٠٠ جنيه في ١٥ مارس و ١٠٠٠٠ جنيه في ٣١ مايو و ١٤٠٠٠ جنيه في ٢٥ يوليو من السنة المذكورة ففي أى يوم يدفع المبلغ جميعه اذا أراد دفعها في وقت واحد

(٩٣٤) المطلوب استعاضة الوثائق الثلاث الآتية بوثيقة واحدة الاولى بمبلغ ٤٠٠ فرنك تستحق الدفع بعد ٣ أشهر والثانية بمبلغ ٣٠٠ فرنك وتستحق الدفع بعد ٤٥ يوما والثالثة بمبلغ ٢٥٠ فرنك وتستحق الدفع بعد ٦ شهور فا يكون زمن استحقاق الوثيقة الجديدة .

(٩٣٥) في يوم ١٥ يناير أراد شخص أن يستعوض بوثيقة بمبلغ ٦٠٠٠ قرش تستحق الدفع في يوم ٣١ مارس بوثيقتين يكون مجموع قيمتهما مساويا للقيمة الاسمية للوثيقة المذكورة غير أن احدهما تكون بمبلغ ٢٠٠٠ قرش وتدفع بعد ٦٠ يوما والثانية بالمبلغ الباقي ففي أى يوم يكون استحقاق دفعها

الاسهم والسندات

٤٧٣ - تمهيد - اذا اتحد شخصان أو أكثر في عمل تجارى ووضع كل منهم مبلغا فذلك يسمى بالشركة وكل شخص منهم يسمى شريكا ومجموع المبالغ التى وضعها الشركاء يسمى رأس المال . فاذا حسبت المكاسب وطرحت منها المصاريف كان الباقي هو الربح الصافى فيقسم بين الشركاء بنسبة ما دفعه كل منهم

٤٧٤ - رأس المال يكون مناسباً للمشروع الذي تقوم به الشركة فإذا كان العمل صغيراً كان رأس المال كذلك وأمكن كل شريك أن يقوم بحجزه من العمل ويكون عضواً عاملاً
أما إذا كان المشروع كبيراً كأنشاء سكة حديدية أو شركة بناء أو غيرها فرأس المال يكون كبيراً مثل مليون جنيه وحينئذ فيلزم لتكوينه تعاضد عدد كبير من المشتركين قد يبلغ عددهم ٢٠٠٠٠ نفس وفي هذه الحالة لا يمكن أن يكون كل شريك عضواً عاملاً (اذ بذلك يحصل ارتباط العمل وعطله) وإنما ينتخب عدد قليل من الأعضاء من ذوي الخبرة واللياقة لإدارة شؤون الشركة

٤٧٥ - عند تأسيس شركة جسيمة يتفق الخبيرون بالموضوع على تقدير رأس المال فإذا فرض أنه يلزم ٣٠٠٠٠٠٠ جنيه يقسم هذا المبلغ إلى ٦٠٠٠٠٠ قسم كل منها خمسة جنيهات أو إلى ٣٠٠٠٠٠ قسم كل منها عشرة جنيهات أو إلى ٣٠٠٠٠ قسم كل منها مائة جنيه وكل قسم يسمى سهماً فيقال سهم ذو خمسة جنيهات وسهم ذو عشرة جنيهات وسهم ذو مائة جنيه ولكن المصطلح عليه في هذه الحالة أن يقال سند بمائة جنيه وثلاثة أقسام منها تسمى ٣٠٠ جنيه سندات وهكذا كل مقدار

٤٧٦ - الفرق بين السند والسهم هو أنه في حالة ما إذا كان رأس مال الشركة في شكل سندات أمكن الحصول على أى مقدار من السندات ولكن في حالة ما إذا كان مقسماً إلى أسهم فلا يمكن الحصول إلا على أسهم كاملة أى لا يمكن شراء أو بيع جزء من سهم

٤٧٧ - بعد تقدير رأس مال الشركة وقيمة السهم وعدد الاسهم تعرض الشركة على الجمهور بيع هذه الاسهم ويمكن لشخص واحد أن يكتب بعدد ما من الاسهم أو أى قيمة من السندات فاذا زاد مقدار الا كتابات عن رأس مال الشركة قرر أعضاء الادارة ما يأخذه كل مكتتب

٤٧٨ - الشركاء في شركة كبيرة يقال لهم حاملى الاسهم أو السندات والهيئة المكونة منهم تسمى شركة مساهمة وفى أوقات معينة (عادة كل نصف سنة) يعمل الحساب ويدفع للديرين قيمة أتعابهم وتدفع جميع المصاريف ثم يقسم الربح الصافى باعتبار سعر يتفق عليه للسهم الواحد أو لكل مائة جنيه من السندات ويدفع لحاملى الاسهم والسندات وهذا الربح يسمى الايراد

٤٧٩ - لا يجوز لاحد من المشتركين أن يسترد أمواله من الشركة ولكن يمكنه أن يبيع سندات أو أسهمه لشخص آخر ويوجد لذلك سوق يسمى سوق السندات (البورصة) وأعمال هذا السوق تجرى بواسطة سماسرة فعلى البائع أن يعترف السماسر بمقدار ما يرغب بيعه وعلى السماسر أن يبحث عن مشتر راغب فى ذلك ويعمل هذه المبايعة بأخذ السماسر جعلاً يتفق عليه عن كل سهم أو ١٠٠ جنيه سندات تباع بمعرفته وهذا المقدار يسمى بالسمسرة وعادة تكون $\frac{1}{8}\%$ والثمن الذى يدفع عن كل سهم أو كل ١٠٠ جنيه سندات يسمى سعر السوق

٤٨٠ - أسعار الاسهم والسندات الجارى تداول بيعها في بلد تكتب عادة في جرائدها اليومية ومما ينبغي ملاحظته أنه قد يكتب سعران أمام السند أو السهم مثل $\frac{1}{8}$ ١٠٨ و $\frac{3}{8}$ ١٠٨ ومعنى ذلك أن الثمن الاول يقدمه السمسار للبائع والثاني للمشتري والفرق بينهما هو السمسرة

وعموما في حالة تقدير ثمن السهم سواء كان في البيع أو الشراء تحسب المصاريف الاضافية مثل السمسرة وورق التمغة وتحويل المبالغ وكل هذا مما يزيد ما يدفعه المشتري وينقص ما يقبضه البائع ولكنا نعتبر تلك الاضافات محسوبة من الاصل ما لم ينص عليها

٤٨١ - اذا استقامت الشركة في أعمالها وتحسنت أحوالها وزاد صافي ايرادها فيزيد ما يخص كل سهم أو كل ١٠٠ جنيه سندات وعلى أثر ذلك يزيد ثمن بيعها وشرائها

مثلا اذا كان ما يخص السهم الواحد هو ١٠٪ في السنة والاعمال جارية على محور الاستقامة والشركة خالية من السقوط والخسارة فثمن السهم الذي قيمته ١٠٠ جنيه ربما يزيد ٢٥ أو أكثر

واذا كانت الشركة تدفع شيئا قليلا أو لاتدفع شيئا عدة سنين أو ظهر أنه ليس لها مستقبل حسن فيمكن شراء السهم ذى العشرة جنيهات بمجنيهن أو أقل

فيلزمنا أن نعرف الفرق بين القيمة الاسمية للسهم (ثمنه عند تأسيس الشركة) وقيمه الحقيقية وهى المبلغ الذى يباع به بالبورصة

إذا كانت القيمة الحقيقية للسهم أكبر من قيمته الاسمية فالسهم يسمى مرتفع الثمن وإذا كانت قيمته الحقيقية أقل من القيمة الاسمية فالسهم يسمى منخفض الثمن وإذا كانت القيمة الحقيقية عين القيمة الاسمية فالسهم يسمى معتدلاً

مثلاً إذا بيع سهم قيمته الاسمية ١٢ جنيهاً بمبلغ ١٥ جنيهاً يقال أنه بيع بزيادة ٢٥٪ والسهم مرتفع الثمن وإذا بيع سند قيمته الاسمية ١٠٠ جنيهاً بمبلغ $\frac{1}{3}$ ٨٣ يقال أنه بيع بنقص $\frac{2}{3}$ ١٦٪ والسهم منخفض الثمن وإذا بيع سهم قيمته الاسمية ١٢ جنيهاً بمبلغ ١٢ جنيهاً يقال أنه معتدل الثمن

٤٨٢ - يوجد نوع آخر من السندات ذو أهمية خصوصية ألا وهو سندات دين الحكومة فهذه السندات تباع وتشتري في الأسواق المالية مثل سندات الشركات ولتذكر على سبيل الإجمال أصل وضع هذه السندات

قد تقتض بعض الحكومات عند الحاجة مبالغ بأرباح سنوية وتسديد هذه المبالغ وإعطاء الأرباح عليها يكون بعدة كيفيات منها ما يأتي

- (١) تسديد المبالغ وأرباحها بدفع سنوية
 - (٢) دفع الأرباح وتأجيل دفع المبالغ لمدة معينة
 - (٣) دفع الأرباح السنوية وعدم اشتراط مدة معينة لدفع المبلغ
- وانما تستهلك السلفة بواسطة شراء نفس السندات من الأسواق المالية بالتدريج عند سنوح القرض

(٤) دفع الارباح وعدم دفع المبالغ مطلقا

(٥) دفع الارباح لحاملي السندات مدة حياتهم فقط

وفي الاحوال ٣ و ٤ و ٥ تكون السلفة أهلية من (أهالى الحكومة) في الحالة التي لا ترد فيها المبالغ أو التي لا يشترط فيها وقت معين لردّها فمشتري السندات إنما يشتري في الحقيقة المنفعة أى الفائدة السنوية التي هي نحو $\frac{1}{4}\%$ أو $\frac{3}{4}\%$ أو $\frac{2}{4}\%$ أو $\frac{3}{4}\%$ أو $\frac{1}{4}\%$ أو $\frac{3}{4}\%$ وكل نوع من هذه السندات له اسم مخصوص عند كل حكومة ولا حاجة لذكر هذه الاسماء في هذا المختصر

٤٨٣ - يؤخذ مما تقدّم أنه يوجد أنواع كثيرة من سندات الشركات وسندات الحكومة وقد تميز الانواع بذكر ما يربحه المائدة في السنة أو ما يربحه السهم فيقال مثلاً سندات من ذات $\frac{4}{100}\%$ أى التي تربح $\frac{4}{100}\%$ في السنة

إذا تقرر هذا فنذكر المسائل الحسابية المتعلقة بأحوال الاسهم والسندات فنقول

٤٨٤ - الحالة الاولى - إيجاد الايراد بعد معرفة القيمة الاسمية والسعر

مثال (١) ما مقدار الايراد السنوى لمبلغ ١٦٢٥ جنيهاً سندات بسعر $\frac{4}{100}\%$

الحل - حيث ان ايراد ١٠٠ جنيه هو ٤

فيكون ايراد ١٦٢٥ جنيا هو $\frac{1625 \times 4}{100} = 65$ جنيا
مثال (٢) مامقدار ايراد ١٨٧٥ سها بسعر ١٥ شلن السهم في كل
نصف سنة

الحل - الايراد المطلوب هو $875 \times 30 = 26250$ شلنا أى
١٣١٢ جنيا و ١٠ شلنات

تمرينات

مامقدار الايراد السنوى المتحصل من

(٩٣٦) ٢٨٧٥ جنيا سندت بسعر ٤ ٪

(٩٣٧) ٨٢٢٥ جنيا سندت بسعر ٢٠ ٪

(٩٣٨) ٣٠٧٢ سها بسعر ٥ شلنات

(٩٣٩) ٥٦٣٨ جنيا سندت بسعر ٥ ٪

(٩٤٠) ٥٣٨٧ جنيا و ١٠ شلنات سندت بسعر ٣ ٪

(٩٤١) ٢٥٠ سها بسعر ١٢ شلن كل نصف سنة

٤٨٥ - الحالة الثانية - ايجاد مقدار القيمة الاسمية لسندات

تشتري بمبلغ معلوم بعد معرفة سعر شرائها

مثال (١) مامقدار القيمة الاسمية للسندات التى تشتري بمبلغ

٣٧٣٥ جنيا بسعر $93 \frac{3}{8}$ بما فى ذلك السمسرة

الحل - حيث ان القيمة الاسمية للسندات التى تشتري بمبلغ

$93 \frac{3}{8}$ هى ١٠٠ جنيه

فتكون القيمة الاسمية للسندات التى تشتري بمبلغ ٣٧٣٥ جنيا هى

$$4000 = \frac{3735 \times 100}{93 \frac{3}{8}} \text{ جنيه}$$

مثال (٢) كم سهما تشتري بمبلغ ١١٨٤ جنيهاً بسعر السهم ٤,٥ جنيه والسمسة $\frac{1}{8}\%$.

$$\text{الحل} - 1184 : \frac{3}{8} = 4 : 1184 = \frac{37}{8} = \frac{9472}{37} = 256 \text{ سهما}$$

تمرينات

ما مقدار القيمة الاسمية للسندات التي تشتري بالمبالغ والاسعار الآتية

(٩٤٢) بمبلغ ٤٩٠٠ جنيه بسعر ٩٨

(٩٤٣) من ذات ٤ $\%$ بمبلغ ١٤٠٧٦ جنيهاً بسعر $\frac{3}{4}\%$

(٩٤٤) من ذات ٣ $\%$ بمبلغ ١٢٩٦٧ جنيه و ١٠ شلن بسعر ٩٠

(٩٤٥) بمبلغ ٢٣٩٤ جنيهاً بسعر ١٠٥

(٩٤٦) كم سهما تشتري بمبلغ ٧٧٦ جنيهاً بسعر السهم ١٢ جنيهاً والسمسة

٢,٣ شلن و ٦ بنس وما مقدار قيمتها الاسمية على حساب السهم ١٥ جنيهاً

٤٨٦ - الحالة الثالثة - إيجاد ثمن الشراء بعد معرفة القيمة

الاسمية وسعر الشراء

مثال (١) ما مقدار ثمن شراء ٧٥٠٠ جنيه سندات بسعر $\frac{1}{8}\%$

والسمسة $\frac{1}{8}\%$.

$$\text{الحل} - \text{نضم السمسة على سعر الشراء أي } \frac{1}{8} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{4} \times 92$$

ثم يقال حيث ان ١٠٠ جنيه سندات تشتري بمبلغ $\frac{1}{4} \times 92$

$$\frac{92 \times \frac{1}{4} \times 7500}{100} \text{ فيكون مبلغ ٧٥٠٠ جنيه سندات يشتري بمبلغ}$$

$$= 6918 \text{ جنيهاً و } 70 \text{ ملياً}$$

مثال (٢) ما ثمن شراء ١٢ سهما من أسهم مياه الاسكندرية بسعر السهم $\frac{7}{8}$ ١١ مصريا
الحل $- 12 \times \frac{7}{8} \times 11 = \frac{90}{8} \times 12 = \frac{90 \times 3}{2} = 135$ جنيهها
و ٥٠٠ مليم

تمارين

المطلوب حساب ثمن شراء السندات ذات القيم والاسعار الآتية

(٩٤٧) ١٥٠٠ جنيهه سندات بسعر ٩٠

(٩٤٨) ١١٣٧ جنيهها و ١٠ شلن سندات بسعر ٨٠

(٩٤٩) ٤٥٠٠ جنيهه سندات بسعر $\frac{1}{4}$ ١١٢

(٩٥٠) ١٥٥٣ جنيهها و ٦ شلن و ٨٠ بنس بسعر $\frac{1}{4}$ ٩٢ والسمسة $\frac{1}{8}$ %

(٩٥١) من التي تربح $\frac{1}{4}$ % وقيمتها الاممية ١٢٨٧٥ جنيهه بسعر $\frac{1}{4}$ ١٠٨

والسمسة $\frac{1}{8}$ %

(٩٥٢) ٢٥ سهما من أسهم مياه القاهرة بسعر ١٠٥ فرنك

٤٨٧ - الحالة الرابعة - ايجاد الايراد من شراء سندات بمبلغ

معين وسعر معلوم

مثال (١) ما مقدار الايراد المتحصل من شراء سندات ذات ٣ %

بمبلغ ٩٠٧٥ جنيهها بسعر $\frac{5}{8}$ ٩٠ والسمسة $\frac{1}{8}$ %

الحل - نضم السمسة على سعر الشراء أى $\frac{5}{8} \times 90 + \frac{1}{8} = 90 \frac{3}{4}$

ثم يقال حيث ان ايراد ١٠٠ جنيهه سندات هو ٣

ولكن ثمن ١٠٠ جنيهه سندات هو $90 \frac{3}{4}$

فحينئذ يكون ايراد $٩٠\frac{٣}{٤}$ جنيه تقليدية هو ٣

$$\frac{٤}{١٢١} = \frac{٣}{٩٣\frac{٣}{٤}} \gg \gg \gg \text{وايراد ١}$$

$$\gg \gg \gg ٩٠\frac{٣}{٤} = \frac{٤ \times ٩٠\frac{٣}{٤}}{١٢١} = ٣٠٠ \text{ جنيه}$$

مثال (٢) ما ايراد الاسهم التي شريت بمبلغ ٣٣٦٠ فرنك بسعر ١٠٥ فرنك وايراده ٢,٢٥ فرنك في كل ستة شهور

الحل - حيث ان ايراد السهم أى ١٠٥ فرنك هو ٤,٥ في السنة

$$\text{فيكون ايراد ٣٣٦٠ فرنك هو } \frac{٣٣٦٠ \times ٤,٥}{١٠٥} = ١٤٤ \text{ فرنك}$$

تمارين

ما مقدار الايراد المتحصل من شراء سندات بالمبالغ والاسعار الآتية

(٩٥٣) بمبلغ ٢٨٥٢ جنيه بسعر ١١٥ وتربح ٠,٣٪

(٩٥٤) بمبلغ ١٢٧٤ سعر ٩١ وتربح $\frac{١}{٢} \cdot ٠,٣$ ٪

(٩٥٥) بمبلغ ٧٥٦٠ جنيه من ذات ٠,٣٪ بسعر $\frac{٣}{٨}$ ٩٤ والسهمرة $\frac{١}{٨}$ ٪

(٩٥٦) بمبلغ ٣٢٢٠ جنيه من ذات $\frac{١}{٢} \cdot ٠,٣$ ٪ بسعر $\frac{١}{٢} \cdot ٨٠$

(٩٥٧) زيد اشترى سندات من ذات $\frac{١}{٤} \cdot ٠,٣$ ٪ بمبلغ ١٢١٠ جنيه بسعر

$\frac{١}{٢} \cdot ٩٧$ ثم اشترى بمبلغ مثله سندات من ذات ٥٪ بسعر $\frac{٣}{٤} \cdot ٩٠$ فما مقدار ايراده

(٩٥٨) ما الايراد المتحصل من شراء أسهم بمبلغ ٨٢٢٠ جنيه بسعر ٦٨٥ فرنك

وايراده $\frac{١}{٢} \cdot ٧$ فرنك

٤٨٨ - الحالة الخامسة - إيجاد سعر الشراء إذا علم الثمن وإيراد المائة من السندات

مثال (١) ماسعر السندات التي تبيع ٣٪ ومعلوم أنها شريت بمبلغ ٨٦٩ جنيها و ٢٥٠ مليا وبلغ ايرادها ٢٨ جنيها و ٥٠٠ مليم
الحل - يلاحظ أن ٣ هوريج ١٠٠ جنية سندات أوريح الثمن الحقيقي لسند ذى ١٠٠ جنية

ثم يقال حيث ان ٢٨ جنيها و ٥٠٠ مليم هو ايراد ٨٦٩ جنيها و ٢٥٠ مليا فيكون

$$٣ \text{ جنية هو ايراد مبلغ } \frac{٣ \times ٨٦٩٢٥}{٢٨٥} = ٩١ \frac{١}{٢}$$

مثال (٢) أسهم شريت بمبلغ ١٧٨٥ فرنك وبلغ ايرادها ٧٦,٥ فرنك وكان ايراد السهم ٥,٤ فرنك فما ثمن شرائه

الحل - حيث ان مبلغ ٧٦,٥ فرنك ايراد لمبلغ ١٧٨٥ فرنك

$$\text{فيكون مبلغ } ٥,٤ \text{ فرنك ايراد لمبلغ } \frac{٤٥ \times ١٧٨٥}{٧٦٥} = ١٠٥$$

فيكون ثمن شراء السهم ١٠٥ فرنك

تمريعات

(٩٥٩) ايراد مقداره ١٢٦ جنية تمحصل من شراء سندات تبيع ٣٪ بمبلغ ٣٥٩١ فما سعرها

(٩٦٠) ايراد مقداره ٢٧٦ جنية تمحصل من شراء سندات تبيع ٣٪ بمبلغ ٨٥٦٧,٥ فما سعرها مع العلم بأن السمسرة كانت $\frac{١}{٨} \%$

(٩٦١) ماسعر السندات التي تبيع $\frac{1}{4}\%$ اذا كان بوضع ٨٧١٥ جنيه يحصل على ايراد قدره ٨٣٠ جنيه
 (٩٦٢) اذا وضع مبلغ ٢٣٤٦ جنيه في شراء سندات تبيع $\frac{1}{4}\%$ وحصل منها ايراد قدره ٨٤ جنيه فاسعرها والسمسرة $\frac{1}{8}\%$
 (٩٦٣) اذا اشترى بمبلغ ١٥٦٠ جنيه من سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ وكان ايرادها ٦٠ جنيها فاسعر الشراء
 (٩٦٤) شريت أسهم بمبلغ ٤٨٠ جنيه وحصل منها ايراد قدره ٩٥٦ قروش بعد دفع مبلغ ٤ قروش مصاريف التحويل وكان ايراد السهم ٨ قروش فباثن شراء السهم وكم عدد الاسهم

مسائل متنوعة محلولة على الاسهم والسندات

٤٨٩ - المسألة الاولى - هل الاربح ايرادا شراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ١٠٥ جنيه أو شراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٨٧,٥
 الحل - نبحث عن الربح المقابل الى ١٠٠ جنيه نقدا في الحالتين ولذلك يقال

أولا - حيث ان ١٠٥ جنيه تعطى ايرادا قدره $\frac{1}{4}\%$

$$\text{فيكون } ١٠٠ \text{ جنيه تعطى ايرادا قدره } \frac{١٠٠ \times ٥ \frac{1}{4}}{١٠٥} = ٥ \frac{٥}{٢١}$$

ثانيا - حيث ان ٨٧ $\frac{1}{4}\%$ جنيها تعطى ايرادا قدره $\frac{1}{4}\%$

$$\text{فيكون } ١٠٠ \text{ جنيه تعطى ايرادا قدره } \frac{١٠٠ \times ٤ \frac{1}{4}}{٨٧ \frac{1}{4}} = ٥ \frac{١}{٧}$$

فيكون الاول أرباح ايرادا

٤٩٠ - المسألة الثانية - ماذا يحدث من التغير في الايراد اذا

بيعت سندات قيمتها ٦٤٠٠ جنيه ترشح ٠.٣٪ بسعر $٨٦\frac{٣}{٨}$ ثم اشترى بئنها سندات ذات ٠.٤٪ بسعر $١١٤\frac{٧}{٨}$ وكانت السمسرة ٢ شلن و ٦ بنس ٪

الحل - الايراد المتحصل من سندات ذات ٠.٣٪ وقيمتها الاسمية ٦٤٠٠ هو $\frac{٣ \times ٦٤٠٠}{١٠٠} = ١٩٢$ جنيه

والمبلغ الذى يتحصل من بيع سندات قيمتها ^{جنيه} ٦٤٠٠ بسعر $٨٦\frac{١}{٤}$ هو $\frac{٨٦\frac{١}{٤} \times ٦٤٠٠}{١٠٠} = ٥٥٣٠$ جنيه

وقيمة السندات ذات ٠.٤٪ التى تشتري بمبلغ ^{جنيه} ٥٥٣٠ بسعر ١١٥ هى $\frac{١٠٠ \times ٥٥٣٠}{١١٥} = ٤٨٠٠$ جنيه سندات

والايراد المتحصل من سندات ٠.٤٪ قيمتها الاسمية ٤٨٠٠ هو $\frac{٤ \times ٤٨٠٠}{١٠٠} = ١٩٢$ جنيه

وحينئذ فلا يحصل تغير في الايراد

٤٩١ - المسألة الثالثة - ما سعر الربح المتحصل من شراء

سندات ذات ٠.٤٪ بسعر $٩٢\frac{١}{٢}$

الحل - حيث ان الدخل للمتحصل من $٩٢\frac{١}{٢}$ جنيه هو ٤

فيكون الدخل المتحصل من ١٠٠ جنيه هو $\frac{١٠٠ \times ٤}{٩٢\frac{١}{٢}} = ٤\frac{١٢}{٣٤}$

٤٩٣ - المسألة الرابعة - سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ تعطى ايرادا قدره $\frac{12}{37}\%$ من ثمنها فما سعر شراء هذه السندات

الحل - مبلغ $\frac{12}{37}\%$ جنيه هو ربح ١٠٠ جنيه تدفع نقدا

فيكون مبلغ $\frac{12}{37}\%$ « هو ربح $\frac{4 \times 100}{\frac{12}{37}}$ تدفع نقدا أو

$$\frac{1}{4}\% = \frac{180}{1} = \frac{37 \times 400}{160} \quad \text{«} \quad \text{«} \quad \frac{1}{4}\%$$

وهو السعر المطلوب

مسائل عمومية على الاسهم والسندات

(٩٦٥) ماقية السندات ذات $\frac{1}{4}\%$ التي يمكن شراؤها بمبلغ ٣٥١٩ جنيه

بسر $\frac{3}{4}\%$ ٩٧

(٩٦٦) ما هو الايراد السنوي المتحصل من شراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بمبلغ

١٣٠٠٠ جنيه بسر ٩١ وما ايراد هذا المبلغ من سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسر ٩٦

(٩٦٧) ملايراد مبلغ ٥٠٠٠ جنيه اذا وُضع منه ٢٠٠٠ جنيه في شراء سندات

ذات $\frac{3}{4}\%$ بسر ٩٨ والثاني في شراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسر ٩٣ (سعرها ١٠٠ جنيه)

(٩٦٨) بوضع مبلغ ٣٦٠٠ جنيه في شراء سندات $\frac{3}{4}\%$ يتحصل على ارباح

سعرها $\frac{1}{4}\%$ بالنسبة لثمن الشراء فما سعر هذه السندات

(٩٦٩) سندات ذات $\frac{3}{4}\%$ سعرها ٨٥ جنيهها فما سعر الربح في المائة للشري

(٩٧٠) أيهما أربح ايرادا سندات بنك يدفع عليها $\frac{1}{10}\%$ وسعرها $\frac{1}{4}\%$ ٢٣٤

أو سندات ذات $\frac{3}{4}\%$ وسعرها $\frac{1}{4}\%$ ٩٢

- (٩٧١) ماهو المبلغ الذى يلزم أن يشتري به سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٩٦ المحصول على ايراد سنوى قدره ٧١١ جنيه و ٤ شلن و $\frac{3}{4}\%$ بنس وما سعر الربح لهذا المبلغ
- (٩٧٢) اذا وضع مبلغ ٢٢٤٥ جنيه فى شراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٨٤ فما هو المبلغ اللازم لشراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٩٨ المحصول على الايراد منه
- (٩٧٣) ماهو الدخل كل نصف سنة للمحصل من وضع مبلغ ٣٠٠٠ جنيه فى شراء سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر $\frac{3}{4}\%$ بعد استبعاد ضريبة ٣ بنس عن كل جنيه
- (٩٧٤) اذا كان سعر سندات سكة حديدية هو $\frac{3}{4}\%$ زيادة عن قيمتها الاسمية وتدفع أرباحا وجدأها تعادل $\frac{1}{4}\%$ من ثمن الشراء فاسعر الربح للشترى اذا اشترت بنقص $\frac{1}{10}\%$ من قيمتها الاسمية
- (٩٧٥) اذا باع شخص ١٠٠٠ جنيه سندات من ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٩١ ووضع المحصل فى بنك بسعر $\frac{1}{2}\%$ فما التغير فى ايراده
- (٩٧٦) ماذا يحدث من التغير فى الايراد من استبدال ٤٢٧٥ جنيه سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٨٠ بسندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر ٩٩
- (٩٧٧) سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ سعرها ٩٢ وسندات ذات $\frac{1}{4}\%$ سعرها ١١٥ فماذا يحصل من التغير فى ايراد شخص باع ١٠٠٠ جنيه من ذات $\frac{1}{4}\%$ واشترى بثمنها سندات ذات $\frac{1}{4}\%$
- (٩٧٨) ماذا يحصل من التغير فى ايراد شخص باع ٣٢٠٠ جنيه سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر $\frac{3}{8}\%$ واشترى بالقيمة سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر $\frac{7}{8}\%$ وكانت المسمرة $\frac{1}{8}\%$ فى كلتا الحالتين
- (٩٧٩) اشترى شخص بمبلغ ٧٥٦٠ جنيه سندات ذات $\frac{1}{4}\%$ بسعر $\frac{1}{4}\%$ ولما سقط السعر الى $\frac{1}{2}\%$ باع ربع ما كان عنده من هذه السندات ولما ارتفعت الى $\frac{3}{4}\%$ باع الباقي فما الذى طرأ على رأس ماله

الدفع السنوى - الاستهلاك

٤٩٣ - تمهيد - اذا اقترض شخص مبلغا بالارباح المركبة وأراد تسديد هذا المبلغ وأرباحه في زمن معين بأقساط متساوية تدفع آخر كل سنة فكل قسط منها يسمى دفعة سنوية

وتحديد مقدار الدفعة مهم جدا اذ المقصود أنه اذا حسب ربح المبلغ في أول سنة وأضيف الربح الى المبلغ ثم طرح من المجموع مقدار الدفعة الاولى ثم ربح الباقي في السنة الثانية وضم الربح الى هذا الباقي وطرح من المجموع مقدار الدفعة الثانية (الذى يكون مساويا لمقدار الاولى) ثم ربح الباقي كذلك في السنة الثالثة وضم الربح الى هذا الباقي وطرحت الدفعة الثالثة وهكذا في السنين جميعها كانت الدفعة الاخيرة مساوية لمقدار الباقي الاخير وأرباحه في السنة الاخيرة وبذلك يكون قد استهلك المبلغ المقترض وأرباحه وتكون كل دفعة عبارة عن جزء من المبلغ المقترض وأرباح السنة ومما ذكر يؤخذ التعريف الآتى

٤٩٤ - الدفعة السنوية هى مبلغ ثابت يدفع آخر كل سنة لاستهلاك مبلغ مقترض وأرباحه في زمن معين

٤٩٥ - مسائل الدفع السنوى تتعلق بأربع كيات وهى الدفعة السنوية والمبلغ المقترض والزمن والسعر فاذا علم ثلاث كيات منها أمكن إيجاد مقدار الكية الرابعة وستأتى بها على هذا الترتيب فتقول

٤٩٦ - أولا - حساب الدفعة السنوية بعد معرفة المبلغ المقترض والزمن والسعر

$$^2(u+1)r = 2$$
$$, \quad (1-\alpha)(u+1)s = 1$$

$$r-2 \quad (n+1)s = 2$$

$$(u+1)s = 2$$

[illegible]

• • • • •

$$, \quad (u+1)^s = \overrightarrow{1-\frac{1}{2}}$$

$s = 5.5$

وهذه الدفع يمكن اعتبارها حدود متوالية هندسية تصاعدية حدّها
الاول s وحدّها الاخير $s(1 + r)^n$ وأساسها $(1 + r)$
فيكون مجموع هذه الحدود هو

$$\frac{s(1 + r)^n - s}{1 - (1 + r)^{-1}} \text{ وبالاختصار يكون}$$

$$\frac{s(1 + r)^n - s}{1 - (1 + r)^{-1}} \text{ أو } \frac{s(1 + r)^n - s}{1 - (1 + r)^{-1}}$$

وحيث انه يجب أن يكون هذا المقدار الذي هو عبارة عن مجموع
الدفع وأرباحها مساويا لجملة المبلغ وأرباحه أى المقدار $s(1 + r)^n$
فيكون

$$\frac{s(1 + r)^n - s}{1 - (1 + r)^{-1}} = s(1 + r)^n \text{ وبضرب طرفي هذه}$$

المساوية في $1 - (1 + r)^{-1}$ يحدث

$$s(1 + r)^n - s = s(1 + r)^n [1 - (1 + r)^{-1}] \text{ ونقسمه}$$

الطرفين على $1 - (1 + r)^{-1}$ يحدث

$$(1) \quad \frac{s(1 + r)^n - s}{1 - (1 + r)^{-1}} = s$$

وهذا هو القانون المطلوب ولنتطبقه على حل المسألة الآتية

مسألة - شخص اقترض مبلغ ١٠٠٠ جنيه بسعر ٥٪ بالربح
المركب ويريد أن يستد هذا المبلغ وربحه في ٨ سنين فما مقدار
مايدفعه في كل سنة

لذلك نضع في قانون (١) السابق بدل الحروف مقاديرها فيحدث

$$\frac{1.05 \times 1000 \times 0.200}{1 - 1.05} = 5$$

ثم نبحث عن مقدار ١.٠٥ بواسطة اللوغاريتم فنجد أنه يساوى

١,٤٧٧٤٨٣ ونضع هذا المقدار بدلا عن ١.٠٥ فينتج

$$104,716 = \frac{1,477,483 \times 1000 \times 0.200}{1 - 1,477,483}$$

أعنى أن مقدار الدفعة هو ١٥٤ جنيها و ٧١٦ مليا

٤٩٧ - تنبيه - إذا أريد أن تكون الاقساط كل ستة شهور

مرة فيستعمل القانون (١) السابق غير أنه يوضع فيه نصف ربح

الوحدة بدلا عن ربحها وضعف عدد السنين بدلا عنها

٤٩٨ - ثانيا - حساب المبلغ بعد معرفة الدفعة السنوية

والزمن والسعر

قد تقدم في (٤٩٦) أن قانون الدفعة السنوية هو

$$\frac{C(-1)^n}{1 - (-1)^n} = 0 \quad \text{فمنه يكون}$$

$$C(-1)^n = [1 - (-1)^n] S \quad \text{وبقسمة}$$

الطرفين على $C(-1)^n$ يحدث

$$(2) \quad \frac{[1 - (-1)^n] S}{(-1)^n} = 1$$

وهذا القانون يحسب بواسطته المبلغ المقترض بعد معرفة الدفعة

والزمن والسعر ولنطبقه على حل المسألة الآتية

ما مقدار المبلغ المقرض بسعر ٥,٤٪ ويمكن استهلاكه في مدة ١٥ سنة بدفع سنوية مقدار الواحدة ١١١٧ جنيها و ٢١٨ مليا
الحل - نضع في قانون (٢) بدل الحروف مقاديرها فينتج

$$\frac{(1 - 10^{-10.45}) \times 1117218}{10^{-10.45} \times 2.45} = 2$$

ثم نبحث عن مقدار ١٠,٤٥ بواسطة اللوغاريتم فنجد أنه يساوي ١,٩٣٥٥٢١٧ ثم نضع هذا المقدار بدلا عن ١٠,٤٥ فينتج
 $\frac{0.9355217 \times 1117218}{1.9355217 \times 2.45} = 2$ وبعمل الحساب نجد أن
 $11999,999 = 12000$ جنيته تقريبا

٤٩٩ - ثالثا - حساب الزمن بعد معرفة المبلغ المقرض والسعر والدفعة السنوية

يمكن إيجاد مقدار الزمن من قانون الدفعة السنوية السابق وهو

$$s = \frac{2(-n+1)-2}{1-2(-n+1)} \text{ فنه يكون}$$

$s = 2(-n+1) - 2 = 2(-n+1) - 2$ وبإضافة s لطرفي هذه المتساوية ثم طرح $2(-n+1)$ منها يحدث
 $s = 2(-n+1) - 2 = 2(-n+1) - 2$ وباخذ $2(-n+1)$ مضروبا مشتركا يحدث

(١ + ب) (ب - م) = د وبأخذ لو غاريم الطرفين ينتج
 د لو (١ + ب) + (ب - م) لو = د لو وبطرح لو (ب - م)
 من الطرفين يحدث
 د لو (١ + ب) = د لو - (ب - م) وبقسمة الطرفين
 على لو (١ + ب) ينتج

$$(٣) \quad \frac{د لو - (ب - م) لو}{لو (١ + ب)} = د$$

وهذا القانون يحسب بواسطته مقدار الزمن ولنطبقه على حل
 المسألة الآتية

مسألة - شخص اقترض مبلغ ٥٠٠٠ جنيه بربح مركب بسعر ٦٪
 وسدد هذا المبلغ وأرباحه بدفع متساوية مقدار الواحدة منها ٧٣٥,٠٢٥
 فما مقدار الزمن

الحل - نضع في قانون (٣) السابق بدل الحروف مقاديرها فينتج

$$\frac{د لو - (ب - م) لو}{لو (١ + ب)} = د \quad \text{أو} \quad \frac{٧٣٥,٠٢٥ - (٥٠٠٠ \times ٠,٠٦)}{١,٠٦} = د$$

ثم نبحث عن لو ٧٣٥,٠٢٥ فنجد ٢,٨٦٦٣١ وعن لو ٤٣٥,٠٢٥
 فنجد ٢,٦٣٨٥٢ ونقسم باقي طرح هذين اللوغاريتمين وهو
 ٠,٢٢٧٧٩ على ١,٠٦ وهو ٠,٢٥٣١ فينتج ٩ سنين أعني أن
 مبلغ ٥٠٠٠ جنيه سدد في ٩ سنين بالشروط المفروضة

٥٥٥ - تنبيه - لاجل أن تكون المسألة ممكنة الحل يجب
 أن يكون د - م موجبا لانه لو كان سالبا فلا يمكن استخراج
 لو غاريمه ويظهر عدم امكان الحل بالتأمل في منطق المسألة فان

م ب يدل على ربح المبلغ المقترض في سنة و د يدل على مقدار الدفعة
فاذا كانت الدفعة السنوية أقل من ربح المبلغ في سنة كان التخلص
من المبلغ المقترض مستحيلا

٥٠١ - رابعا - حساب السعر مع مغرفة المبلغ المقترض
والدفعة السنوية والزمن

لحساب السعري قال انه يؤخذ من قانون الدفعة السنوية وهو

$$\text{أن } \frac{\textcircled{2}(-+1)-\textcircled{2}}{1-\textcircled{2}(-+1)} = \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} = \textcircled{2} - \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} \text{ وبإضافة } \textcircled{2}$$

الى الطرفين وطرح م ب (+ ١) منها ينتج

$$\textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} - \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} = \textcircled{2} \text{ وبأخذ } \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2}$$

مضروبا مشتركا يحدث

$$\textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} = \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} \text{ وبأخذ لو غاريم الطرفين يحدث}$$

$$\textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} + \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} = \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} \text{ وبطرح لو } \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2}$$

من الطرفين يحدث

$$\textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} = \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} \text{ وبمعكس}$$

الطرفين يحدث

$$\textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} = \textcircled{2}(-+1) \textcircled{2} \text{ (٤)}$$

وبواسطة هذا القانون يمكن إيجاد مقدار السعر بالكيفية التي

سنشرحها في المسألة الآتية

بأى سعر افترض مبلغ ٦٠٠ جنيه وتسد في أربع سنين بدفع
سنوية قدر الواحدة منها ١٧١,١٩١ جنيه

الحل - نضع في قانون (٤) السابق بدل الحروف مقاديرها فيحدث
لو ١٧١,١٩١ - لو (١٧١,١٩١ - ٦٠٠ ب) = ٤ لو (١ + ب)
ثم نفرض أن ب يساوى ٠,٦ فنجد أن مقدار الطرف الاول من هذه
المتساوية وهو

لو ١٧١,١٩١ - لو (١٧١,١٩١ - ٦٠٠ × ٠,٦) = ٠,١٠٢٥٣
ومقدار الطرف الثانى وهو ٤ لو ٠,٦ = ٠,١٠١٢٤ ويرى أن الطرف
الاول أكبر من الثانى بمقدار ٠,٠٠١٢٩ ومن المعلوم أنه كلما نقص
مقدار ب ينقص الطرف الاول تبعاً له فإذا جعل ب يساوى ٠,٥
نجد أن مقدار الطرف الاول من المتساوية السابقة وهو

لو ١٧١,١٩١ - لو (١٧١,١٩١ - ٦٠٠ × ٠,٥) = ٠,٠٨٣٦٨
ومقدار الطرف الثانى وهو ٤ لو ٠,٥ = ٠,٨٤٧٦ ويرى في هذه
الحالة أن مقدار الطرف الثانى صار أكبر من الطرف الاول بمقدار
٠,٠٠١٠٨

ومن هنا يعلم أن مقدار ب محصور بين ٠,٦ و ٠,٥ فإذا فرض
أنه يساوى ٠,٥٥ نجد أن مقدار الطرف الاول من المتساوية السابقة
وهو

لو ١٧١,١٩١ - لو (١٧١,١٩١ - ٦٠٠ × ٠,٥٥) = ٠,٠٩٣٠١
ومقدار الطرف الثانى وهو ٤ لو ٠,٥٥ = ٠,٠٩٣٠٠

وحيث ان الطرف الاول أكبر من الثاني بمقدار ٠,٠٠٠٠٠١ وهذا الفرق قليل جدًا فيكون مقدار ب هو ٠,٠٥٥ وبناء على ذلك يكون السعر المطلوب هو ٥,٥٪

مسائل على الدفع السنوي

(٩٨٠) شركة تجارية اشترت ٦٠٠٠ فدان ثمن الفدان منها ٣٠ جنيها مصريا وقامت بدفع ثلث الثمن وتمهلت بتسديد الباقي على ٨ سنين وأن تحسب أرباحه المركبة بسعر ٤,٥٪ فما مقدار ما يلزم أن تدفعه الشركة كل سنة

(٩٨١) ما مقدار المبلغ المقرض بسعر ٥,٤٪ وسدد في ١٦ سنة بدفع سنوية قدر الواحدة منها ١٧٧٩,٩ قرشا

(٩٨٢) مزارع أراد أن يشتري ٣٦ فدانًا بسعر الفدان ٧٥ جنيها ولكنه لا يملك غير ٩٠٠ جنيه ففي كم سنة يسدد باقي الثمن وأرباحه المركبة بسعر ٥,٠٪ اذا كان يدفع قيمة ما يؤثر به هذه الاطيان على حساب الفدان ٥ جنيهات في السنة وأن يضم الى ذلك ٣٣١,٠٠ جنيها في كل سنة

(٩٨٣) بأى سعر اقترض مبلغ ٢٠٠٠٠ فرنك وتسدد في ٩ سنوات بدفع سنوية قدر الواحدة منها ٢٩٤٠,٦٩ فرنكا

(٩٨٤) ما مقدار الدفعة السنوية التي يمكن أن يستهلك بواسطتها ٣٠٠٠٠ قرش مقرضًا ٥,٠٪ في مدة ١٠ سنين

(٩٨٥) ما عدد الدفع السنوية التي يستهلكها ١٥٠٠٠ فرنك مقرضًا بسعر ٦,٠٪ اذا دفع في كل سنة ٢٠٣٧,٨٠ فرنكا

(٩٨٦) بأى سعر اقترض مبلغ ٣٠٠٠ جنيه حتى انه تسدد بمجموع دفع سنوية مقدار الواحدة منها ٦٩٢ جنيه و ٩٠٠ ملين

(٩٨٧) شخص يريد أن يبيع منزله بثمن معين ولكن يقبل أن يأخذ نصف الثمن مقدما ويؤجل الباقي على ثلاث سنوات بحيث تحسب له الارباح المركبة بسعر ٥,٠٪ وعلى ذلك تكون الدفعة التي يأخذها كل سنة ١٢٥٥٠ جنيها فما مقدار الثمن الذي يريد أن يبيع به في الحال

الوضع السنوى

٥٠٢ - الغرض من قاعدة الوضع السنوى هو معرفة ما يستحقه شخص استمر على وضع مبلغ ثابت فى كل سنة مدة معينة ليربح ربحا مر بجا بسعر معلوم

٥٠٣ - السعر هو ربح المائة فى السنة والزمن هو المدة التى تستمر فيها المبالغ فى التشغيل وليلاحظ أن آخر دفعة لا بد أن تمتك زمنا ليحسب لها ربح

٥٠٤ - مسائل هذه القاعدة تشتمل على مقدار المبلغ الذى يوضع كل سنة والزمن والسعر والجملة ومتى علم ثلاثة من هذه المقادير أمكن إيجاد الرابع وستأتى بها مفصلة فنقول

٥٠٥ - أولا - حساب الجملة بعد معرفة المبلغ والزمن والسعر لتأخذ مسألة عمومية فنفرض أن شخصا يضع فى كل سنة مبلغا نرسم له بحرف م وأنه استمر على ذلك مدة سنتين عددها د بسعر نرسم لربح الوحدة منه بحرف ب وأنه يطلب معرفة مقدار ما يستحقه عقب هذه المدة ثم يقال

المبلغ الاول يمكنه سنتين عددها د فيؤلى الى $\text{م} (١ + \text{ب})$ د

» الثانى » » » $\text{د} - ١$ » $\text{م} (١ + \text{ب})$ د $\text{د} - ١$

» الثالث » » » $\text{د} - ٢$ » $\text{م} (١ + \text{ب})$ د $\text{د} - ٢$

... ..

... ..

والمبلغ الذى قبل الاخير يمكنه سنتين فيؤلى الى $\text{م} (١ + \text{ب})$ د

والمبلغ الاخير يمكنه سنة فيؤلى الى $\text{م} (١ + \text{ب})$ د

وحيث ان هذا الشخص يستحق مجموع ما آلت اليه المبالغ التي وضعها وبالتأمل يرى أن ما آلت اليه هذه المبالغ عبارة عن حدود متوالية هندسية تصاعدية حدها الاول $٢(١ + ب)$ والاخير $٢(١ + ب)^٣$ وأساسها $(١ + ب)$ فينثذ يكون مجموع حدودها الذي هو جملة ما يستحقه هذا الشخص هو

$$= ٢ \frac{٢(١ + ب)^٣ - ٢(١ + ب)}{٢(١ + ب) - ٢(١ + ب)}$$

$$= ٢ \frac{[١ - (١ + ب)^٣]}{٢(١ + ب) - ٢(١ + ب)} \quad (١)$$

وهذا القانون العام يمكن أن يحسب بواسطته جملة ما تؤول اليه مبالغ موضوعة لمدة معينة بسعر معلوم ولنطبقه على حل المسألة الآتية

مسألة - شخص يضع في كل سنة ١٢٠ جنيها مصريا لترج ربحا مبركا بسعر $\frac{٤}{١٠٠}$ واستمر على ذلك مدة ١٠ سنين فما مقدار ما يأخذه عقب هذه المدة

الحل - نضع في قانون (١) السابق بدل الحروف مقاديرها فيحدث

$$= ٢ \frac{١٢٠ \times ١.٠٤^{١٠} - ١٢٠}{١.٠٤ - ١}$$

ثم نبحث عن مقدار $١.٠٤^{١٠}$ بواسطة اللوغاريتم فنجد أنه يساوى ١.٤٨٠١٣ وحينئذ يكون $١.٠٤^{١٠} - ١ = ٠.٤٨٠١٣$ فنضعه بدلا عنه في المتساوية المذكورة فيحدث

$$= ٢ \frac{١٢٠ \times ١.٤٨٠١٣ - ١٢٠}{٠.٤٨٠١٣}$$

$$= ١٤٩٨٠.٠٦ \text{ جنيها مصريا}$$

٥٠٦ - ثانيا - حساب المبلغ مع معرفة الجملة والزمن والسعر
لحساب المبلغ نأخذ قانون (١) السابق بتمرة ٥٠٥ الذي هو

$$\frac{[1 - (-1)^n](-1)^m}{2} = 2$$

ونضرب الطرفين في ٢ فيحدث $2 = 2(1 - (-1)^n)(-1)^m$
ثم نقسم الطرفين على مكرر ٢ فيحدث

$$1 = \frac{2}{[1 - (-1)^n](-1)^m} \quad \text{أو}$$

$$(2) \quad \frac{2}{(-1)^m - 1 + (-1)^{m+1}} = 2$$

وبواسطة هذا القانون يحسب المبلغ الذي يوضع سنويا ولنطبقه
على حل المسألة الآتية

مسألة - شخص استمر على وضع مبلغ ثابت في كل سنة ليربح
ربحا مركبا بسعر ٣,٥٪ وبعد ٨ سنين استلم مبلغ ٩٣٦ جنيها
و ٧٨٧ مليا فما مقدار المبلغ الذي كان يضعه كل سنة

الحل - نضع في قانون (٢) السابق بدل الحروف مقاديرها فيحدث

$$\frac{2030 \times 936787}{12030 - 12030} = 2$$

ثم نبحث عن مقدار ١,٠٣٥ بواسطة اللوغاريتم فنجد أنه يساوي
١,٣٦٢٨٧٥ ونضعه بدلا عنه في المتساوية المذكورة فيحدث

$$2 = \frac{2030 \times 936787}{12030 - 12362875}$$

والمقام يحدث $2 = 100$ جنيته

٥٠٧ - ثالثا - حساب الزمن بعد معرفة الجملة والمبلغ والسعر

لحساب الزمن نأخذ قانون (١) السابق بصفة ٥٠٥ وهو

$$\frac{100(-+1)1(-+1)2}{1-2} = \text{ح}$$
 ونضرب طرفيه في ب

$$\text{فيحدث ح} = \text{ب} (-+1)2 (-+1)1 [1-2] \text{ أو}$$

$$\text{ح} = \text{ب} (-+1)2 (-+1)1 - 1 + 2 \text{ وبإضافة } (-+1)2 \text{ للطرفين يحدث}$$

$$\text{ح} + \text{ب} = (-+1)2 (-+1)1 + 1 + 2 \text{ ثم نأخذ لو غاريم الطرفين فيحدث}$$

$$\text{لو} [\text{ح} + \text{ب} (-+1)2] = \text{لو} 1 + 2 + (-+1)2 \text{ ثم نطرح لو م من الطرفين فيحدث}$$

$$\text{لو} [\text{ح} + \text{ب} (-+1)2] - \text{لو} 1 + 2 = \text{لو} (-+1)2 \text{ ثم نقسم الطرفين على } (-+1)2 \text{ فينتج}$$

$$\frac{\text{لو} [\text{ح} + \text{ب} (-+1)2] - \text{لو} 1 + 2}{(-+1)2} = 1 \text{ فيحدث}$$

$$\text{ب} = \frac{\text{لو} [\text{ح} + \text{ب} (-+1)2] - \text{لو} 1 + 2}{(-+1)2} \quad (3)$$

وبواسطة هذا القانون يحسب مقدار الزمن ولتنطبقه على حل

المسألة الاتية فنقول

مسألة - شخص استمر على وضع مبلغ ١٨٠ جنيها كل سنة ليربح
ربحا مريحا بسعر ٥٪ وبعد مدة استلم مبلغا قدره ٤٠٧٨,٦٢٠ قيمة
المبالغ التي وضعها وأرباحها فما المدة التي استمر فيها على ذلك

الحل - نضع في قانون (٣) السابق بدل الحروف مقاديرها فيحدث

$$1 - \frac{180 - (100 \times 180 + 0.00 \times 4078720)}{1000} = 0$$

$$= 2 = \frac{101312 - 180}{100} - \text{ثم نبحث عن لوغاريتمات هذه}$$

الأعداد فنجد

$$= 0 \quad \text{ويعمل الحساب نجد}$$

٥ = ١٥ سنة

٥٠٨ - رابعا - حساب السعر بعد معرفة المبلغ والزمن والجملة

حساب السعر تأخذ القانون (١) السابق بنمرة (٥٠٥) وهو

$$\frac{1 - (-1 + i)(-1 + i)}{2} = 2$$

ثم يعطى مقدار اختياري تقريبي لربح الوحدة (ب) ويحسب الطرف الثاني من هذا القانون فان كان الناتج من حسابه مساويا للطرف الاول كان المقدار الذي أعطى لكمية (ب) هو ربح الوحدة وبضربه في مائة ينتج السعر المطلوب

أما اذا وجد أن الناتج من حساب الطرف الثاني أقل من الطرف الاول فيعلم أن المقدار الاختياري الذي أعطى لكمية (ب) أقل من مقدارها الحقيقي (اذ معلوم أن كل سعر أقل من السعر الحقيقي لاتصل به المبالغ الى الجملة المفروضة) وحينئذ فيلزم زيادة هذا المقدار شيئاً فشيئاً حتى ينتج المقدار الحقيقي

وكذا اذا وجد أن الناتج من حساب الطرف الثاني أكبر من الطرف الاول يعلم أن المقدار الاختياري الذي أعطى لكمية (ب) أكبر من مقدارها الحقيقي وحيث أن يلزم نقص هذا المقدار شيئاً فشيئاً حتى ينتج المقدار الحقيقي

واذا شُهِد أن الطرف الاول انحصرين مقدارين من المقادير الناتجة من حساب الطرف الثاني فيعلم أن مقدار ربح الوحدة منحصر أيضاً بين المقدارين الاختياريين المتعينين لمقداري الطرف الثاني المذكورين

ولنطبق ذلك على حل المسألة الآتية فنقول

مسألة - شخص كان يضع كل سنة مبلغ ٢٤٠ جنيناً مصرياً ليربح ربها مربحاً واستمر على ذلك مدة ١٢ سنة ثم استلم مبلغ ٣٨٧٩ جنيناً و ٢٦٣ ملياً قيمة ما وضعه مع أرباحه فما السعر الذي حسبت به تلك الأرباح

الحل - يؤخذ قانون (١) السابق ويعوض فيه الجملة والمبلغ والزمن بمقاديرها المذكورة فيحدث

$$\frac{[1 - 12(-1)] \cdot 240}{-1} = 3879,263$$

ثم يعطى لكمية (ب) مقدار اختياري تقريبي (من المقادير المعتادة لربح الوحدة) وليكن ٠,٠٤ ثم نحسب مقدار الطرف الثاني من هذه المتساوية فنجد

$$3749,004 = \frac{(1 - 12 \cdot 0,04) \cdot 0,04 \times 240}{0,04}$$

وهذا المقدار أقل من الجملة المفروضة ٣٨٧٩,٢٦٣ بمقدار ١٢٩,٧٠٩ وحينئذ يعطى لكمية (ب) مقدار أكبر من ذلك وليكن ٠,٠٥ ثم نحسب ثانيا مقدار الطرف الثاني فنجد

$$٤٠١١,٢٣٥ = \frac{(١ - ١٢١٢٠٥) ١٢٠٥ \times ٢٤٠}{٠,٠٥}$$

وهذا المقدار أكبر من الجملة المفروضة ٣٨٧٩,٢٦٣ بمقدار ١٣١,٩٧٢

وحيث أنه يجعل $ب = ٠,٤$ نتج مقدار أقل من الطرف الاول (الجملة المفروضة) ويجعل $ب = ٠,٥$ نتج مقدار أكبر من الطرف الاول المذكور فيعلم أن مقدار (ب) محصور بين ٠,٤ و ٠,٥ فاذا جعلناه ٠,٤٥ وحسب مقدار الطرف الثاني نجد

$$٣٨٧٩,٢٦٣ = \frac{(١ - ١٢١٢٠٤٥) ١٢٠٤٥ \times ٢٤٠}{٠,٠٤٥}$$

وهذا المقدار هو عين الطرف الاول أى مقدار الجملة المفروضة فيكون مقدار $ب = ٠,٤٥$ والسعر المطلوب هو ٤٥ في المائة

مسائل على الوضع السنوى

(٩٨٨) زيد يقتصد من ايراده في كل سنة مبلغا قدره ٣٠٠ جنيه ويضعها في بنك بربح مركب بسعر ٥٪ فما مقدار ما اقتصده وأرباحه مدة ٢٠ سنة
(٩٨٩) شخص حينما كان عمره ثمان سنوات عزم على أن ينجز له مبلغا في كل سنة ويضعه في بنك بالربح المركب بسعر ٣٪ حتى اذا بلغ ولده سن التاسعة عشرة سنة يكون قد حصل له من هذه المبالغ وأرباحها ٢٠ جنيها مصرى ليضعها في بدلية العسكرية فما مقدار ما ينجزه في كل سنة

(٩٩٠) داوم شخص على وضع مبلغ ٧٢ جنيها كل سنة في بنك لتربح ربحا مركبا بسعر ٥٪ فبعد كم سنة ينتج له من مبالغه وأرباحها ١٢١٢ جنيه و ٧٠ مليم

(٩٩١) ما السعر الذي وضع به مبلغ ٧١٥ فرنكا كل سنة ليربح ربحا مربكا ويؤل بعد ١١ سنة الى جملة مقدارها ١٠٠٢٥٧٧٣ فرنكا

(٩٩٢) واغب كان يقتصد كل سنة ١٠٠ جنيه ويضعها في بنك ليربح ربحا مربكا بسعر ٤.٥٪ واستمر على ذلك مدة ٧ سنين وكامل ما أمكنه أن يقتصد غير ٩٠ جنيتها كل سنة ولكنه كان يضعها في بنك آخر واستمر على ذلك مدة ٧ سنين أيضا وبعل الحساب وجد أن كاملا أخذ أرباحا على مبالغه التي كان يضعها زيادة عن أرباح راغب بقدر ١٥٢٧٩ جنيه فبأى سعر كان كامل يضع أمواله

(٩٩٣) شخص كان يضع كل سنة ٢٠٠ فرنك في بنك ليربح ربحا مربكا بسعر ٥.٠٪ وبعد مدة استلم مبلغ ٤٥٣١.٨٠ فرنكا فما مقدار المدة التي كانت فيها هذه المبالغ في البنك

(٩٩٤) ما مقدار المبلغ الذي يوضع كل سنة مدة ١٢ سنة ليربح ربحا مربكا بسعر ٥.٠٪ لينتج من هذه المبالغ وأرباحها ١٠٠٠ جنيه مصري بالتام

مسائل عمومية على جميع قواعد علم الحساب

(٩٩٥) اشترك أربعة تجار في شراء بضاعة بمبلغ ٤٧٥٥ جنيتها مصريا فدفع الاول قدر مادمه الثاني والثالث ودفع الثاني قدر مادمه الثالث والرابع ودفع الثالث ثلاثة أمثال مادمه الرابع فما مقدار مادمه كل منهم

(٩٩٦) اقسام مبلغ ٢٣٥٩٥ قرشا بين خمسة أشخاص بحيث تكون حصة الاول ثلاثة أمثال حصة الثاني وحصة الثاني ثلاثة أمثال حصة الثالث وهكذا

(٩٩٧) اشترى رجل ٢٠ رطلا من السكر و ٨ أرطال من البن وثلاثة أرطال من الشاي بمبلغ ١٢٠ قرش وكان ثمن كل ٣ أرطال من البن يساوي ١٥ رطلا من السكر وثمن الرطل من الشاي أربعة أمثال ثمن الرطل من البن فما ثمن الرطل من كل نوع

(٩٩٨) ماهو أكبر عدد اذا قسم عليه ١٦٠٢ يكون الباقي ٦ واذا قسم عليه ١٤٣٣ يكون الباقي ٥

(٩٩٩) ثلاثة أعداد صحيحة حاصل ضربها ١٤٨١٧٦ والقاسم المشترك الاكظم
للاول والثاني هو ١٤ والمضاعف البسيط لهما ١٦٨ والقاسم المشترك الاكظم للاول
والثالث ٢١ والمضاعف البسيط لهما ١٢٦ فاهي الاعداد الثلاثة

(١٠٠٠) فرق محسن مبلغا قدره ٥٠٧ مليمات على جملة فقراء بالتساوى ثم جاء
أولئك الفقراء بعد مدة ففرق عليهم ٢٣٤ مليما بالتساوى أيضا فإذا علم أن عدد الفقراء
أكثر من ٣٠ فما مقدار ماأخذ الواحد منهم في كل مرة

(١٠٠١) شخص ما به دين وعندة قطعة أرض ومنزل يبلغ ثمنهما ١٢٠٠ جنية
فوجد أنه اذا باع قطعة الأرض ليسدد بثمنها الدين يبقى عليه ٧٥ جنيا ولو باع المنزل
ليسدد من ثمنه الدين يبقى له ١٢٥ جنيا فما مقدار الدين وما ثمن كل من قطعة الأرض
والمنزل على حدة

(١٠٠٢) محسن كان يتصدق بركة أمواله في كل سنة على الفقراء ففي أول سنة
أعطى كل فقير خمسة ريالات وفي ثلثي سنة أعطى كل فقير ثلاثة ريالات واثني عشر
قرشا وفي ثالث سنة كان نصيب كل فقير ريالين وقرشين وفي رابع سنة كان نصيب كل
فقير ريالاً ونصفا فن بعد معرفة أن المبالغ التي كان يفرقها في هذه السنين متساوية
وان كلا منهما أقل من ١٣٠ جنيا يراد معرفة أحدها وعدد الفقراء في كل سنة

(١٠٠٣) ابحت من كسر يعادل $\frac{7}{8}$ بشرط أن يكون مجموع حديه ١٣٥ وعن
كسر يعادل $\frac{11}{10}$ ويكون فرق حديه ٩٨

(١٠٠٤) أثناء فيه مخلوط مركب من ١٠ أوطال من اللبن ووطلين من الماء وأثناء
آخر فيه ٨ أوطال من اللبن و٤ أوطال من الماء رفع من كل منهما ٤ أوطال ثم صب
في الآاء الاول ماأخذ من الثاني وصب في الثاني ماأخذ من الاول فكم رطلا من اللبن
والماء في كل أثناء منهما

(١٠٠٥) صرف تلميذ ثلث مرتبه السنوى في شراء كتب خصوصية و٦٠٠ من
الباقى في احتياجاته الضرورية ووفر ٥٦٠ قرش فما مقدار مصروفه السنوى

(١٠٠٦) شخصان سافرا بالسكة الحديدية ومعهما ٢٣٢ كيلو جرام من العفش فطلب من أحدهما ٢٢٥ ملجم وطلب من الثاني ٣٣٥ ملجم قيمة أجرة العفش الزائد عن المسموح به لهما ولو كان هذا العفش لشخص واحد لطلب منه ٦٨٠ ملجم فما مقدار المسموح به للشخص الواحد

(١٠٠٧) ٢٤ عاملا حفرو أساس عمارة وأخذوا أجرة قدرها ٢١٨٤ قرش فما مقدار أجرة النفر في اليوم اذا علم انهم حفروا $\frac{2}{7}$ الاساس في ٤ أيام

(١٠٠٨) محل فريجة صرف ١٠٠ تذكرة من الدرجة الاولى و ٢٠٠ تذكرة من الدرجة الثانية و ٤٠٠ تذكرة من الدرجة الثالثة وحصل على مبلغ ١٠٨ جنيه مصري فاذا كان ثمن التذكرة من الدرجة الاولى $\frac{5}{4}$ من تذكرة الدرجة الثانية و ثمن التذكرة من الدرجة الثانية $\frac{4}{3}$ ثمن التذكرة من الدرجة الاولى فما يكون ثمن التذكرة من كل درجة

(١٠٠٩) زيد يمكنه أن يتم عملا في ١٥ يوما وعمر يمكنه أن يتمه في ١٦ يوما ويكر يمكنه أن يتمه في ١٨ يوما فاشتغلوا في عمل يوما ونصفا ثم تعيب بكر ٣ أيام ولما حضرتم الباقي وحده في ثلاثة أيام فما نسبة شغله الثاني الى الاول في اليوم

(١٠١٠) مثل تليد أن يضرب كسرا في $\frac{5}{7}$ فتسوى وقسمه على $\frac{5}{7}$ والناتج كان بجوابه يزيد عن الجواب الحقيقي بمقدار $\frac{18}{35}$ فما الجواب الحقيقي

(١٠١١) قصد شخص جهة فركب بحملة مدة ثم ركب بالسكة الحديدية مسافة ٦٠ كيلومترا ووصل الى المحل المطلوب في مدة ٤ ساعات فن بعد معرفة أن سرعة الحملة ثلث سرعة الوابور وانه لو ركب بالسكة الحديدية كل المسافة لوفر $\frac{4}{9}$ ساعة يراد أولا معرفة سرعة الوابور في الساعة ثانيا سرعة الحملة ثالثا طول الطريق

(١٠١٢) وابور بضاعة سرعته ٢٥ ميلا انجليزيا في الساعة قام من محطة قبل وابور الاكسبريس بساعة وسرعة وابور الاكسبريس ٥٠ ميلا في الساعة فوصل وابور البضاعة للمحطة قبل وابور الاكسبريس بنجمة عشر دقيقة والمطلوب معرفة المسافة الكائنة بين المحطتين بالكيلومتر

(١٠١٣) ثخصان معهما ١٨٠٠ فرنك وربع مامع الاول وخمس مامع الثاني يساويان ٤١٠ فرنك فامقدار مامع كل منهما

(١٠١٤) مجموع عددن ٦٦ وكان ثلث وربع الاول يساويان نصف وخمس الثاني فاما هما العددان

(١٠١٥) ساعة تبين الساعات من ١ الى ٢٤ بمعنى أن وجهها ينقسم الى ٢٤ ساعة (موضا عن تقسيمه في الساعات المعتادة الى ١٢) فقي ينطبق فيها عقرب الدقائق على عقرب الساعات بين الساعة الاولى والثانية

(١٠١٦) يشتغل بكر وخالده علا في $\frac{7}{3}$ أيام ويقم هذا العمل خالد وسالم في $\frac{1}{4}$ أيام ويقمه الثلاثة معا في ٥ أيام فاذا اشتغل خالد وبكر يومين ثم اشتغل سالم بدل خالد فقي كم يوم يقمان باقي العمل

(١٠١٧) شخص صرف في أول شهر ٢٥٠ قرشا زيادة من $\frac{3}{4}$ ايراده الشهري وصرف في ثاني شهر ١٠٠ أقل من $\frac{11}{13}$ من ايراده وفي ثالث شهر صرف $\frac{7}{8}$ ايراده فبلغ مجموع ماوفره في الثلاثة الاشهر ٤٠٠ قرش فامقدار ايراده الشهري

(١٠١٨) دفع مبلغ ٢٢ فرنك في شراء ١٠ أزواج من الجوارب بحيث ان ثمن أربعة منها يعادل ثمن الستة الباقية فكم شلنا تدفع في شراء ٦ دست من جنس الاربع جوارب وسبع دست من جنس الستة

(١٠١٩) قطعة أرض مساحتها ٣٩٩٠,٧٨٧٥ آرقومت بمبلغ ٧٩٨٠ جنيه الانجليزيا فامن القدان بالعملة المصرية

(١٠٢٠) قوائم التلغراف متباعدة عن بعضها بمقدار $\frac{7}{8}$ ياردة فعلى كم قائمة يمر في الدقيقة قطار سرعته ٤٨ ميلا الانجليزيا في الساعة

(١٠٢١) تاجر اشترى كمية من القمح بمبلغ ٤٥٠٠ فرنكا فباع منها ٣٢ اردبا بمبلغ ١٠٣٩,٢٠ فرنكا ووجد أنه اكتسب ١,٢٥ فرنك في الهكتولتر فامقدار الهكتولترات التي اشتراها

(١٠٢٢) قصد ساع بلدا فنى بسرعة ٤٠٠ أميال في الساعة ولما صار على بعد ١٨ ميلا من البلدة المقصودة تقابل مع ساع آخر فرجع ميلا سائرا بسرعة الثانية ثم تركه وعاد ثانية الى محل قصده ووضوله وجد أنه تأخر نصف ساعة والمطلوب أولا معرفة سرعة الساعي الثاني في الساعة ثانية السرعة التي كان يلزم أن يمضي بها الساعي الاول حتى يصل الى النقطة بدون تأخير

(١٠٢٣) شخص أراد أن يشتري ٣,٢٥ ياردات من الجوخ الذي ثمن الباردة منه ٨ شلن لعمل عباءة لكنه وجد أنه اذا أضف ٥٠ قروش الى ثمن هذا الجوخ أمكنه ان يشتري صوبا من الذي ثمن المتر منه ٢٥ قرشا ويكون كافيا لعمل عباءة وجبة والمطلوب معرفة عدد الامتار التي تؤخذ من هذا الصوف لعمل الجبة فقط (يفرض اتحاد هرضى الجوخ والصوف)

(١٠٢٤) زيد يملك ٥٠٠ فدان وعمره يملك ٣٠٠ فدان قدفع لهما بكر ٨٠٠٠ جنيه لتقسم جميع الاطيان بينهم بالتساوى فامقدار ما يأخذ زيد من هذا المبلغ وما مقدار ما يأخذ عمره

(١٠٢٥) قطار طوله ٨٠ متر وسرعته ٣٠ كيلومتر في الساعة مر على قنطرة في ٢٤ ثانية فما طول القنطرة

(١٠٢٦) عسكري بوليس خرج ليقبض على سارق متباعد عنه بمقدار ٥٢٨ ياردة وكانت سرعة العسكري ميلا انجليزيا في كل سبع دقائق وسرعة السارق ميلا في كل عشر دقائق فما مقدار الزمن الذي يستغرقه العسكري حتى يدرك السارق

(١٠٢٧) أراد أعرابي أن يبيع ١٦ كبشا في السوق القريب منه لكنه علم أنه يربح في كل رأس ٣ قروش اذا باعها في سوق بعيد منه ولطعمه في المكسب قصد السوق الثاني غير أن ثلاثة رؤس من غنمه مرضت في الطريق من أتعاب السفر فاضطر أن يبيعها بنقص ربع الثمن وبذلك قبض في الاغنام جميعها ٢٧٤,٥٠ فرنكا والمطلوب معرفة مقدار الخسارة التي لحقت به بسبب بعد السوق عما اذا كان باعها في السوق القريب

(١٠٢٨) صانع اشتغل مدة ٣٠ يوما عند تخصيصه وكان الاول يحاسبه على موزه فرنك في اليوم والثاني يحاسبه على ٦٣٠ فرنك وبلغت أجرته في هذه المدة ١٧٤٦ موزه فرنكا فكم عدد الايام التي اشتغلها عند كل منهما

(١٠٢٩) صانع اشتغل عند حياط باجرة يومية قدرها ٥ موزه فرنك ولكنه اشترط عليه أنه اذا انقطع عن الشغل يدفع ٣ فرنك غرامة في كل يوم انقطعه وبعمل حسابيه في مدة ٢٧ يوما دفع له ١٠٣٨٠ فرنك فما عدد الايام التي انقطعها عن الشغل في هذه المدة

(١٠٣٠) قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها ١٣٣٢٢٥ قصبية مربعة وقطعة أرض مربعة الشكل أيضا تزيد عن الاولى قصبية واحدة في كل من الطول والعرض فكم عدد الشغل الثابتة زيادة عن الاولى

(١٠٣١) حجرة مربعة الشكل لزم لها بساط ثمنه ٣٧٢١ فرنك وكان سعر المتر المربع ٤ فرنكات فما أحد أبعاد هذه الحجرة

(١٠٣٢) حجرة مستطيلة الشكل طولها ضعف عرضها فرشت ببساط ثمنه ٢٧٢,٢٥ فرنك بسعر المتر المربع موزه فرنك فما مقدار ثمن بساط من هذا النوع لفرض قاعة أخرى تزيد في كل من الطول والعرض مترا عن الاولى

(١٠٣٣) صاحب صرف في نزل ٥١٢ فرنك فكان ما يصرفه في هذا النزل في اليوم بقدر نصف عدد الايام التي أقامها في النزل فكم عدد الايام وما مقدار مصروقه اليوى

(١٠٣٤) تاجر أخذ من آخر مترا مكعبا من زيت البترول فكم صفيحة يردّها له من صفايح مكعبة طول وعرض وارتفاع الواحدة من الداخل هوريج متر

(١٠٣٥) قطعة من ألماس وزنها قيراطان وبعثها ٣٢ جنبها فأيكون ثمن قطعة تزن ٣ قيراط من بعد معرفة أن قيمة ألماس تناسب مربع وزنها

(١٠٣٦) البعد بين بلدين على كرة أرضية صناعية ٣٧٥٠ ميليمتر فإذا كان طول محيط دائرة عظيمة من هذه الكرة يساوى ١,٨٧٥ متر فما البعد الحقيقي بين المدينتين

(١٠٣٧) في سباق طوله ١٠٠ متر أحمد سبق محمودا بمقدار ٥ أمتار وفي سباق طوله ٢٠٠ متر محمود سبق حسنا بمقدار ١٠ أمتار فكم مترا يسبق أحمد حسنا في سباق طوله ٤٠٠ متر

(١٠٣٨) فرس مرث ملكيتها بين أيدي ثلاثة أشخاص وكان كل منهم لا يبيعها الا اذا ربح ١٠ ٪ من غن مشتراها وعلى هذه الحالة باعها الثالث بمبلغ ٣٣ جنيها وه شلنات ٦ بنسات فا الثمن الذي اشترى به الاول

(١٠٣٩) تاجر ربح مبلغ ١٠١٢٥ قرش في جلة أرطال باعها من البن فاذا كان هذا الربح يعادل ١٠ ٪ وكان عدد الارطال التي باعها خمسة أمثال غن الرطل في حالة البيع فا عدد الارطال وما غن الرطل

(١٠٤٠) اشترى رجل مقدارا من البرتقال بسعر ٥ بقرش ثم اشترى مقدار مساويا الاول بسعر ٧ بقرش وباع الجميع بسعر ٦ بقرش فهل ربح أم خسروكم في المائة (١٠٤١) تاجر باع حصتين كل واحد منهما بمبلغ ١٠٠ جنيه فربح في أحدهما ١٥ ٪ وخسر في الثاني ١٥ ٪ فا مقدار الثمن الذي اشترى به كلا منهما وكم ربحه أو خسارته في الاثنين

(١٠٤٢) تاجر يكسب ٢٥ ٪ من الثمن الذي يشتري به وقد تنازل لزبون عن ١٢ ٪ من الثمن الذي يبيع به فا مكسبه في المائة من عمله

(١٠٤٣) عطار اذا باع ستة اشمع بمبلغ ٣ قروش يكسب $\frac{1}{8}$ الثمن الذي اشترى به فاربحه في المائة اذا باعها بمبلغ $\frac{1}{3}$ قروش

(١٠٤٤) اشترى رجل حصتين يزيد غن أحدهما عن غن الآخر ٢٥ جنيها فباع الاول بربح ١٥ ٪ والثاني بربح ١٨ ٪ وبذلك اكتسب ٥١ جنيها وستمائة مليم والمطلوب معرفة غن كل حصان منهما

(١٠٤٥) متوسط درجة الحرارة في أيام الاثنين والثلاثاء والاربعاء ٢٨ درجة ومتوسط درجة الحرارة في أيام الثلاثاء والاربعاء والخميس ٣١ درجة فاذا كانت درجة حرارة يوم الخميس ٣٤ فا يكون درجة حرارة يوم الاثنين

(١٠٤٦) مدرسة بها ٤٠٠ تلميذ متوسط سنهم ١١ سنة فنقل ٤٠ تلميذا منهم الى مدارس أخرى فبلغ متوسط سن الباقيين $\frac{10}{11}$ فما متوسط سن النقلين

(١٠٤٧) أورطة بها ٨٠٠ عسكري متوسط سنهم ٢٣,١٢٥ سنة رقت منها ١٥٠ عسكري لاستيفائهم مدة الخدمة واستعضوا بعساكر جديدة متوسط سنهم ٢٠ سنة وبذلك بلغ متوسط سن عساكر الأورطة ٢١,٢٥٠ فما متوسط سن المرفوتين

(١٠٤٨) ثلاثة شركاء رأس مالهم ٤٥ جنهما مصر يا و ٢١٠ وينتو و ٩٥ جنهما انجليز ياربحت شريكهم ٧٤٩١ فما مقدار رأس مال كل شريك ونصيبه في الربح اذا كان الاول وضع ثلاثة أمثال الثاني ووضع الثاني نصف الثالث

(١٠٤٩) خباز عنده فوفان من التقيق ثمن كل ١٠٠ كيلوجرام من الاول ٤٦,٥ فرنك ومن الثاني ٤٤ فرنك ومعتاد على أن يخلط هذين النوعين بنسبة ٣ الى ٢ فن بعد معرفة أن كل ١٠٠ كيلوجرام من التقيق ينتج منها ١٣٢ كيلوجرام من الخبز يراد أولا معرفة ما ينمى أخذه من كل من هذين النوعين لعمل ٣٤٠ كيلوجرام من الخبز ثانيا ثمن التقيق اللازم لذلك

(١٠٥٠) محسن دخل مسجدا وأعطى أول فقير قابله عشرة مليمات ثم أعطى بعد ذلك كل فقير قابله أقل من قبله بمقدار ثابت وبذلك فرق ٥٥ مليمات على عشرة فقراء فما مقدار ما أخذ الفقير العاشر وما هي الكمية التي كان ينقص بها كل فقير عن قبله

(١٠٥١) اتفق مدين مع دائئه على أن يسدد ما عليه من الدين بأن يدفع له في كل أسبوع مقدارا يدفع في أول أسبوع ٨٢٠٠ قرش ونقص في الاسبوع الثاني ٣٠٠ قرش ٤٠ دفعه في الاسبوع الأول وهكذا كان يدفع في كل أسبوع أقل من سابقه ٣٠٠ قرش فسدد ما عليه في ٢٨ أسبوعا فما مقدار ما دفعه في آخر أسبوع وما مقدار ما كان عليه

(١٠٥٢) اذا فرض أن حبة القمح لو زومت ينتج منها خمسون حبة ولو زومت الخمسون حبة ينتج من كل منها خمسون حبة وهكذا فما مقدار الحب المتحصل من الزراعة بعد ١٢ سنة

(١٠٥٣) مخترع الشطرنج لما قدمه الى ملكه ورأى الملك حسن صنعه ما أبداه أمره أن يطلب من المكافأة ما يقتضيه فطلب المخترع جبة قمح في مقابلة العين الاولى وجبتين في مقابلة العين الثانية وهكذا بالتضعيف الى العين الرابعة والستين فما عدد حب القمح الذي طلبه المخترع

(١٠٥٤) خادم خائن كان يسرق كل يوم رطلا من خاوية تسع ٢٣٠ رطلا من ماء الزهر وكان يضع بدل كل رطل يسرقه رطلا من الماء واستمر على ذلك ستين مرة فعلى أى نسبة يكون تركيب المخلوط أخيرا

(١٠٥٥) وصع مبلغ في بنك مدة ٨ أشهر فبلغ مع ربحه ١٢٧٧,٢٠ فرنك ثم وضع المبلغ الاصل مدة ١٥ شهرا بالسعر عينه فبلغ مع ربحه ١٣٠٩,٧٥ فرنكا فبما مقدار المبلغ وما مقدار السعر

(١٠٥٦) ثلاثة أشخاص وضعوا في بنك ١٢٠٠ جنيه وبعد ٨ سنين أخذ كل منهم ما يخصه من ربح ورأس مال فنقص الاول ٩٧٢ جنيها والثاني ٥٢٨ جنيها والثالث ٢٦٤ جنيها فبما مقدار ما وضعه كل منهم

(١٠٥٧) شخص اقترض من بنك مبلغا بسعر ٥ ٪ وبعد مضي ثلاث سنين وأربعة أشهر رد الى البنك ٧٠٠٠ جنيه انجليزى و٢٠١ و ٨١ و بنتو و ٨١ جنيها مصريا و ٤٤١ مليما قيمة ما كان اقترضه مع أرباحه المركبة فكم كان المبلغ المقترض

(١٠٥٨) شخص اقترض ٦٠٠ جنيه مصرى وبعد ٣ سنين دفع الى البنك قيمة ما كان اقترضه مع أرباحه المركبة فبلغت ١٩٤,٥٧٥ جنيها مصريا فكم كان السعر

(١٠٥٩) شخص اشترى ٢٥٠,٢٥ هكرا بسعر الفدان ٦٠ جنيها ودفع $\frac{1}{4}$ الثمن ويريد أن يسدد الباقي وأرباحه المركبة بسعر ٤ ٪ في ثلاث سنوات بحيث يدفع كل ٦ أشهر قسطا فبما مقدار

(١٠٦٠) اذا وضعت ٧٩٠ جنيتها في شراء سندات ذات ٤ ٪ بسعر $\frac{8}{87}$ جنيتها ثم بيعت هذه السندات بسعر ٩٠ جنيتها فاذا يحدث من التغيير في ايرادى اذا وضعت ثمن ذلك في شراء أسهم بسعر ١٥٠ جنيه ذات ايرد $\frac{1}{7}$ ٪ وكان الثمن الاساسى للسهم ١٠٠ جنيه

(١٠٦١) شخص وضع ٦٨٢٥ جنيتها في شراء سندات ذات ٣ ٪ بسعر ٩١ وباع منها ٥٠٠٠ جنيه سندات حينما ارتفع السعر وصار $\frac{1}{93}$ جنيتها وباع الباقي حينما نقص السعر وآل الى ٨٥ جنيتها فاما مكسبه او خسارته في ذلك واذا وضع ما حصل عليه في شراء سندات ذات $\frac{1}{4}$ ٪ بالسعر المعتدل فاذا يطرأ على دخله السنوى

(١٠٦٢) اذا كان ثمن ٣ ٪ سندات هو ٩١ جنيتها و $\frac{1}{3}$ ٪ سندات هو ١٠٦ جنيتها فما الفرق بين السعريين في المائة بالنسبة لمبلغ المدفوع وما يكون هذا الفرق اذا كان هنالك سمرة $\frac{1}{8}$ ٪ على النوع الثانى

(١٠٦٣) رجل عنده سندات من ذات ٣ ٪ يحصل منها على ايراد سنوى قدره ٢٤٠ جنيتها باع ربع هذه السندات بسعر $\frac{1}{4}$ ٨٧ جنيتها واشترى بثمانى سندات سكة حديد بسعر $\frac{1}{174}$ جنيتها فما الربح في المائة لهذه السندات اذا وجد أن دخله السنوى زاد ٤٠ جنيتها

(١٠٦٤) ما هو المبلغ الموضوع بالربح المركب اذا كان ربحه في آخر السنة الاولى ١٥ جنيتها و ١٢ شلنا و ٦ بنسات وفي آخر السنة الثانية ١٦ جنيتها و ١٢ شلنا واحدا و $\frac{1}{10}$ بنسات

(١٠٦٥) اذا كان ربح مبلغ ٤٥٠٠ جنيتها بسعر ٣ ٪ لمدة ما هو قدر الخطيئة الداخلية لكميالة بمبلغ ٥٥٧٣ جنيتها و ١٥ شلنا بالسعر عينه في المدة عينها فما الزمن الباقي لاستحقاق هذه الكميالة

(١٠٦٦) اذا كانت الخطيئة الداخلية لمبلغ ٥ جنيتها و ٩ شلنات و $\frac{1}{4}$ بنسات و ربح ذلك المبلغ أزيد من هذه الخطيئة بمبلغ جنيه واحد و ١٠ شلنات و $\frac{1}{7}$ بنسات فما هو المبلغ

(١٠٦٧) مر قطار اكسبريس طوله $\frac{1}{3}$ ١١٢ ياردة على محطة طولها ١٨١ ياردة في مدة ١٠ ثوان فا السرعة التي كان سائرا بها

(١٠٦٨) قطار طوله ١٠٠ ياردة قابل قطارا آخر سائرا في ضدد اتجاهه وكان سرعة الاول ٣٥ ميلا في الساعة وسرعة الثاني ٤٥ ميلا واستغرقا ٦ ثوان في المرور ببعضهما فا طول القطار الثاني

(١٠٦٩) خرج قطار طوله ٨٨ ياردة من محطة بسرعة ٣٥ ميلا في الساعة وقابل قطارا آخر عائد اليها طوله ٨٨ ياردة الساعة ١٢ ومرت به في ٦ ثوان ثم قابل القطار الاول قطارا آخر طوله ١٣٨ ياردة الساعة ١٢ و١٥ دقيقة و٦ ثوان ومرت به في ٦ ثوان أيضا ففي أى وقت يلحق الثاني الاول

(١٠٧٠) مر قطار طوله ٩٥ مترا في مدة ٦ ثوان على رجل سائر في اتجاه القطار بسرعة ٣ كيلومتر في الساعة. ثم قابل هذا الرجل قطار آخر طوله ٨٦ ياردة سائرا بعكس اتجاه الرجل فمر به في $\frac{1}{5}$ ٧ ثوان فلذا فرض أن القطار الثاني قابل القطار الاول ففي كم ثانية يمر كل منهما بالآخر

(هذا) وأحمد الله على توفيقه باتمام هذا الكتاب الجامع لقواعد علم الحساب الشامل للسائل التي لاغنى عنها في المعاملات الانسانية زيادة عن توسيعها لنطاق القوى العقلية

وأرجو ممن اطلع فيه على زلة من الاصل أو هفوة من الطبع أن يصلحها بفكره الثاقب ويحررها برأيه الصائب وليكن غرضه المنفعة والاصلاح ما استطاع وما توفيقنا الا بالله جعله الله خالصا لوجهه الكريم ونفع به النفع العميم والصلاة والسلام على النبي وآله مسك الختام
محمد ادريس

(فهرست الجزء الثالث من كتاب الدرر البهية في الاصول الحسابية)

صفحة	صفحة
٢ النسبة	٨٤ الخواص الاساسية
٤ خواص النسبة	٨٧ تكوين جداول اللوغاريتمات
٧ التناسب	٨٨ خواص العدد البياني
١٧ المقادير المتناسبة طرديا	٩٠ خواص العدد البياني السالب
١٩ المقادير المتناسبة عكسيا	٩٢ شرح جدول اللوغاريتم وكيفية استعماله
٢١ القاعدة الثلاثية	١٠١ عمليات اللوغاريتمات
٢٢ حل مسائل القاعدة الثلاثية	١٠٧ المتمم اللوغاريتمى
٢٣ حل مسائل القاعدة الثلاثية	١١١ الربح
البسيطة بطريق الوحدة	١١٢ الربح البسيط
٢٧ حل مسائل القاعدة الثلاثية	١١٨ قوانين الارباح البسيطة
المركبة	١٢٤ الربح المركب
٣١ حل مسائل القاعدة الثلاثية	١٣٢ الخطيطة
المركبة بطريق الوحدة	١٣٣ الخطيطة الخارجية
٣٦ حساب المائة	١٣٤ الخطيطة الداخلية
٣٩ المكسب والخسارة	١٣٨ الاجل المتوسط أو المشترك
٤٦ التقسيم التناسبي	١٤٠ الاسهم والسندات
٤٩ الشركة	١٥٥ الدفع السنوى - الاستهلاك
٥٤ المتوسط الحسابى	١٦٤ الوضع السنوى
٥٦ الخلط والمزج وسبك المعادن	١٧١ مسائل عمومية على جميع
٦٧ المتواليات العددية	قواعد علم الحساب
٧٤ المتواليات الهندسية	
٨٢ اللوغاريتمات	

(٦٠٠٠/٩٠٨/٢٢٩٧ ر ر)



Bibliotheca Alexandrina



0556913